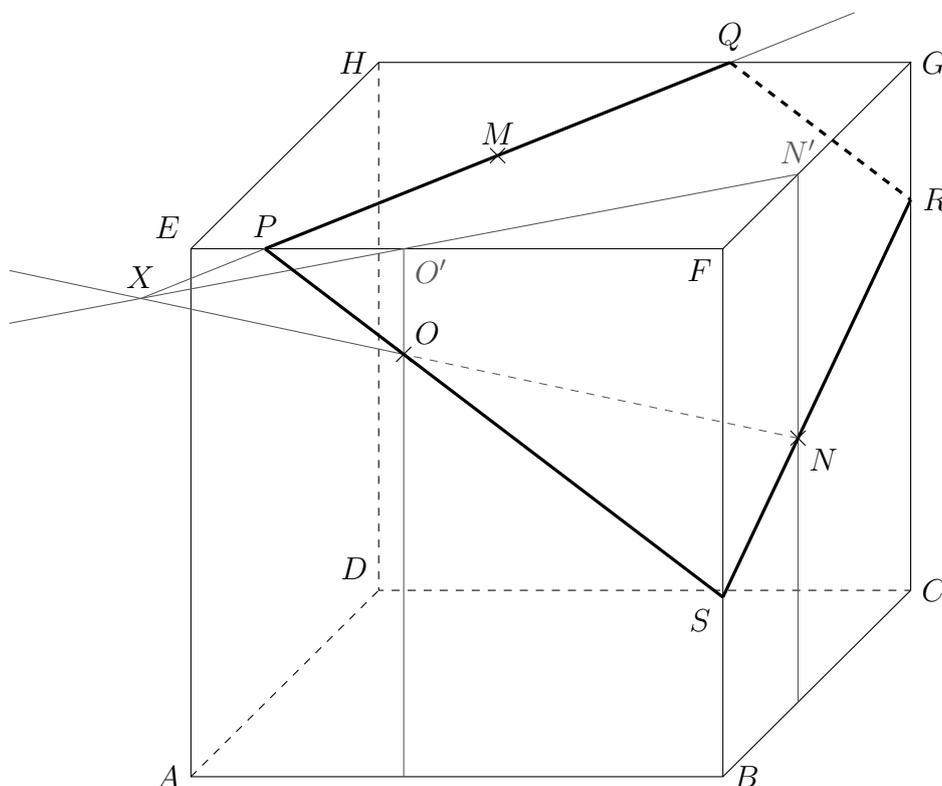


Devoir maison n° 15 – mathématiques
Donné le 18/03/2015 – à rendre le 25/03/2015

Exercice 1



1. Par construction, (OO') est parallèle à (BF) et (NN') est parallèle à (BF) .
Or, deux droites parallèles à une même troisième sont parallèles.
Donc (OO') est parallèle à (NN') .
Or, deux droites parallèles déterminent un plan.
Donc les points O, O', N et N' sont coplanaires.
2. Voir la figure : on trace les droites (ON) et $(O'N')$ pour obtenir leur intersection X .
3. Considérons le point X . Par construction :
 - X appartient à (ON) qui est incluse dans le plan (MNO) .
 - X appartient à $(O'N')$ qui est incluse dans (EFG) car O' appartient à $[EF]$ et N' appartient à $[FG]$.
 Donc X appartient à l'intersection des plans (MNO) et (EFG) .
Or M appartient par définition à (MNO) , mais également au plan (EFG) .
Donc M appartient à l'intersection des plans (MNO) et (EFG) .
Ainsi, l'intersection entre les plans (MNO) et (EFG) est la droite (XM) .
On trace cette droite sur la figure pour obtenir les intersections P et Q .
4. On sait déjà, par construction, que P appartient aux plans :
 - (MNO) car $P \in (XM)$ et $(XM) \subset (MNO)$;
 - (ABF) car $P \in [EF]$ et $(EF) \subset (ABF)$.

De plus, O appartient par définition aux deux plans (MNO) et (ABF) .
Ainsi, l'intersection entre les plans (MNO) et (ABF) est la droite (PO) .
On trace cette droite pour obtenir le point S .

5. Les plans (ABF) et (CDG) sont parallèles car ils contiennent des faces opposées du cube $ABCDEFGH$.

De plus, le plan (MNO) coupe le plan (ABF) (en (PS)).

Or, si deux plans sont parallèles, alors tout plan qui coupe l'un coupe l'autre et les droites d'intersections sont parallèles.

Donc le plan (MNO) coupe le plan (CDG) en une droite parallèle à (PS) .

Or par construction Q appartient à l'intersection de (MNO) et de (CDG) car :

- $Q \in (XM)$ et $(XM) \subset (MNO)$;
- $Q \in [HG]$ et $(HG) \subset (CDG)$.

Ainsi, l'intersection entre les plans (MNO) et (CDG) est une droite parallèle à la droite (PS) passant par Q .

On trace cette droite pour obtenir le point R .

L'intersection étant située sur la face du fond, le tracé est en pointillé.

6. Les points R et S appartiennent par construction au plan (MNO) .

Or ce sont aussi des points de (BCG) car $R \in [CG]$ et $S \in [BF]$ et F est dans la face $BCGF$.

Donc la droite (RS) est l'intersection entre (MNO) et (BCG) .

On termine alors la construction en traçant le segment $[RS]$. La section est alors le quadrilatère $PQRS$ que l'on vient de clore.

Remarque : On aurait pu, plus simplement, tracer tout d'abord la droite (SN) pour obtenir le point R , puis terminer en traçant (QR) , qui sera nécessairement parallèle à (PS) d'après la question précédente.