

Devoir maison n° 16 – mathématiques
Donné le 01/04/2015 – à rendre le 08/04/2015

Exercice 1

A. Une formule utile

Soit u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I dont les dérivées sont continues sur I .
Soit a et b des nombres appartenant à I .

1. Rappeler la formule de la dérivée $(uv)'$, puis en déduire une égalité dont uv' est l'un des membres. On notera **(1)** cette égalité.
2. Justifier que $(uv)'$, uv' et $u'v$ sont continues sur I .
3. En intégrant les deux membres de l'égalité **(1)** entre a et b , démontrer l'égalité suivante :

$$\int_a^b u(x)v'(x)dx = (uv)(b) - (uv)(a) - \int_a^b u'(x)v(x)dx$$

Cette égalité est une formule qui permet de calculer une intégrale à l'aide d'une autre intégrale. On dit que l'on effectue **une intégration par parties**.

Cette formule n'est plus à connaître en terminale S.

B. Une application guidée

On souhaite calculer l'intégrale $\int_1^e x \ln x dx$.

On observe un produit : $x \times \ln x$, dont le premier facteur est facile à intégrer, et l'autre est facile à dériver (surtout, difficile à intégrer).

Ainsi, on pose $u(x) = \ln x$ et $v'(x) = x$.

1. Déterminer $u'(x)$ et $v(x)$.
2. Appliquer alors la formule d'intégration par parties, calculer l'intégrale qui apparaît alors, puis terminer le calcul.

C. D'autres calculs

Calculer les intégrales suivantes en effectuant des intégrations par parties :

1. $\int_1^e \ln x dx$.
2. $\int_0^1 x^2 e^x dx$ (deux intégrations par parties successives nécessaires).

Exercice 2 (Énigme – facultatif)

On considère la liste des nombres de 7 chiffres utilisant les chiffres de 1 à 7 sans répétition.
Quel est le nombre de cette liste qui en est une médiane ?