

Trigonométrie



Liste des questions présentes dans des exercices de type bac. L'année est précisée entre parenthèses.

Exercice 1 (2014 et 2011)

Le triangle MEG est isocèle en M , et α est l'angle géométrique $\widehat{EMG}$ mesuré en radians. Justifier que α est maximum si et seulement si $\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ est maximal.

Exercice 2 (2013)

Est-ce que, pour tout nombre réel α , $1 + e^{2i\alpha} = 2e^{i\alpha} \cos(\alpha)$?

Exercice 3 (2012)

Soit $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite non constante de réels. Pour tout entier n on pose $u_n = \sin(a_n)$. La proposition suivante est-elle vraie ou fausse ? Justifier.

« On peut choisir la suite $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telle que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers $\frac{\sqrt{2}}{2}$. »

Exercice 4 (2010)

Soit D un point d'affixe $2e^{i\theta}$ où θ est un nombre réel de l'intervalle $] -\pi; +\pi]$.

La construction d'un triangle AFG dépend du point D . À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, on conjecture qu'il existe une position du point D pour laquelle la longueur AF du côté du triangle AFG est minimale. On admet que $AF^2 = 4 - 3 \cos \theta + \sqrt{3} \sin \theta$.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-\pi; +\pi]$ par $f(x) = 4 - 3 \cos x + \sqrt{3} \sin x$.

Le tableau ci-dessous donne les variations de la fonction f sur l'intervalle $[-\pi; +\pi]$.

Compléter ce tableau. Permet-il de valider la conjecture ? Justifier.

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}$	$+\pi$
f				

Exercice 5 (2008 – extrait)

On considère la suite (x_n) définie pour tout entier naturel n non nul par : $x_n = \int_0^1 t^n \cos t \, dt$.

- Montrer que la suite (x_n) est à termes positifs.
 - Étudier les variations de la suite (x_n) .
 - Que peut-on en déduire quant à la convergence de la suite (x_n) ?
- Démontrer que, pour tout entier naturel n non nul, $x_n \leq \frac{1}{n+1}$.
 - En déduire la limite de la suite (x_n) .