Nombres complexes

Liste des questions présentes dans des exercices de type bac. L'année est précisée entre parenthèses.

Exercice 1 (2014)
Dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation $z-\overline{z}+2-4i=0$ admet-elle une unique solution ?

Exercice 2 (2014)
On considère la fonction f qui à tout nombre complexe z associe $f(z)=z^2+2z+9$.

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $f(z)=5$.
   Écrire sous forme exponentielle les solutions de cette équation.
   Construire alors, à la règle et au compas, les points A et B dont l'affixe est solution de l'équation (A étant le point dont l'affixe a une partie imaginaire positive).
   On laissera les traits de construction apparents.
2. Soit λ un nombre réel. On considère l'équation $f(z)=\lambda$ d'inconnue z.
   Déterminer l'ensemble des valeurs de λ pour lesquelles l'équation $f(z)=\lambda$ admet deux solutions complexes conjuguées.
3. Soit z un nombre complexe, tel que $z=x+\mathrm{i}y$ où x et y sont des nombres réels.
   (a) Montrer que la forme algébrique de $f(z)$ est
   $$x^2-y^2+2x+9+\mathrm{i}(2xy+2y).$$
   (b) On note (E) l'ensemble des points du plan complexe dont l'affixe z est telle que $f(z)$ soit un nombre réel.
   Montrer que (E) est la réunion de deux droites D_1 et D_2 dont on précisera les équations.

Exercice 3 (2013)
Quel est l'ensemble des solutions de l'équation $-z=\overline{z}$?

Exercice 4 (2013)
Les solutions de l'équation $(z-4)(z^2-4z+8)=0$ sont-elles les affixes de points formant les sommets d'un triangle d'aire 8 ?

Exercice 5 (2012)
Soit $P(z)=z^3-(2+i\sqrt{2})z^2+2(1+i\sqrt{2})z-2i\sqrt{2}$.

1. Montrer que $z_0=i\sqrt{2}$ est solution de l'équation $P(z)=0$.
2. Déterminer les réels a et b tels que $P(z)=(z-i\sqrt{2})(z^2+az+b)$.
3. En déduire les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $P(z)=0$.