

Devoir maison n° 4 – mathématiques
Donné le 09/12/2014 – à rendre le 16/12/2014

Exercice 1**Partie A**

Soit a , b et c trois nombres réels. On note \bar{x} leur moyenne.

1. Développer l'expression ci-dessous donnant la variance :

$$V = \frac{(a - \bar{x})^2 + (b - \bar{x})^2 + (c - \bar{x})^2}{3}$$

2. Justifier que $2a\bar{x} + 2b\bar{x} + 2c\bar{x} = 6(\bar{x})^2$.
3. En déduire alors que :

$$V = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} - (\bar{x})^2$$

On peut généraliser et on admettra cette formule pour un nombre N de valeurs x_1, \dots, x_N :

$$V = \frac{x_1^2 + \dots + x_N^2}{N} - (\bar{x})^2$$

Cette formule, appelée formule de Koenig, est donc une autre manière de calculer la variance. On peut se la rappeler ainsi : « moyenne des carrés - carré de la moyenne ».

Partie B

Dans un groupe de 10 personnes, on étudie le temps de transport, en minutes, pour se rendre sur leur lieu de travail. On obtient la série :

25 45 50 15 70 90 45 30 80 20

1. Calculer le temps de transport moyen.
2. Calculer la variance en utilisant la formule du cours, puis vérifier que l'on obtient la même chose à l'aide de la formule de Koenig vue dans la partie précédente.
3. En déduire l'écart-type.

Exercice 2 Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -2(x - 5)^2 + 18$.

1. Développer l'expression de f .
2. Établir le tableau de variations de f .
3. Résoudre l'inéquation $f(x) < 0$.
4. Donner l'expression factorisée de f .