

Devoir surveillé n° 5 – mathématiques
05/03/2015

Exercice 1 (6 points) Une urne contient trois boules numérotées de 1 à 3. On considère l'expérience aléatoire suivante : on lance une pièce équilibrée et on prend une boule au hasard dans l'urne. Par suite, on considère une variable aléatoire X associée à cette expérience de la manière suivante :

- Si l'on a obtenu face (F), la valeur de X est le double de la valeur de la boule ;
- Sinon, la valeur de X est l'opposé de la valeur de la boule auquel on ajoute 3.

Par exemple, si on a tiré la boule 2 et que l'on a obtenu pile (P), alors $X = -2 + 3 = 1$.

1. Représenter grâce à un tableau l'ensemble des valeurs prises par X .
2. Déterminer la loi de probabilité de X dans un tableau sans oublier de justifier.
3. Calculer l'espérance de X .

Exercice 2 (4 points) Une expérience aléatoire est associée à une variable aléatoire X dont la loi est donnée dans le tableau suivant (où a et p sont des réels) :

x_i	-4	2	a
$\mathbb{P}(X = x_i)$	0,5	0,3	p

1. Déterminer la valeur de p en expliquant la démarche.
2. Exprimer $E(X)$, l'espérance de X , en fonction de a .
3. On souhaite faire en sorte que l'expérience soit équitable.
Déterminer alors la valeur de a afin qu'elle le soit.

Exercice 3 (7 points)

On considère la fonction f dont l'expression est $f(x) = \sqrt{-0,5x + 3}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition \mathcal{D}_f de f .
2. Résoudre l'équation $f(x) = 4$.
3. Résoudre l'inéquation $f(x) < 3$.
4. On considère deux réels a et b tels que $a < b \leq 6$.
 - (a) Démontrer que $-0,5a + 3 > -0,5b + 3$.
 - (b) En déduire que $f(a) > f(b)$.
 - (c) Que peut-on en déduire sur la fonction f ?

Exercice 4 (3 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -2(1 + x)^3 + 128$.

1. Résoudre l'inéquation $f(x) \geq 0$.
2. En déduire le tableau de signe de la fonction f .