

Devoir surveillé n° 7 – mathématiques
26/05/2015**Exercice 1 (8 points)**

Un QCM (questionnaire à choix multiples) comporte cinq questions et, pour chaque question, quatre réponses sont proposées dont une seule est exacte. Un élève répond au hasard à ce QCM, ses réponses étant alors indépendantes. On nomme X la variable aléatoire comptant le nombre de réponses exactes obtenues par cet élève.

1. Pour une question précise, quelle est la probabilité que la réponse de l'élève soit exacte ?
2. Déterminer la loi de probabilité de X (en détaillant la rédaction).
3. Que vaut $E(X)$? En donner une interprétation concrète.
4. Calculer la probabilité que cet élève obtienne exactement deux réponses exactes.
5. Calculer la probabilité que cet élève obtienne au moins quatre réponses exactes.

Exercice 2 (6 points)

Un capital de 10 000€ est placé sur un compte au taux annuel de 2,7%.

On note C_n le capital acquis au bout de la $n^{\text{ème}}$ année. En particulier, $C_0 = 10\,000$.

1. Calculer C_1 puis C_2 .
2. Exprimer, pour tout $n \geq 1$, C_{n+1} en fonction de C_n .
3. En déduire la nature de la suite C et en donner les paramètres (premier terme et raison).
4. Donner l'expression de C_n en fonction de n (pour $n \geq 0$).
5. Quel est le capital acquis après 10 ans ? Arrondir au centième.

Exercice 3 (6 points)

On considère la suite u définie par : $u_1 = 6$ et pour tout $n \geq 1$, $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$.

1. Calculer u_2 et u_3 .
2. La suite est-elle arithmétique ? Justifier.
3. On définit la suite v , pour tout $n \geq 1$ par $v_n = u_n - 2$.
 - (a) Calculer le premier terme v_1 de la suite.
 - (b) Démontrer que v est géométrique de raison $\frac{1}{2}$.
 - (c) Quelles sont les variations de la suite v ? Justifier.