Chapitre :
Pourcentages

∽

⊛ **Activité :** Ap10

I. Appliquer une évolution en pourcentage

Propriété Pour augmenter un nombre N de $t\%$, on calcule les $t\%$ de N et on les ajoute à N :

$$N + \frac{t}{100} \times N$$

Autre manière de voir (en factorisant par N), on multiplie N par $1 + \frac{t}{100}$:

$$(1 + \frac{t}{100}) \times N$$

Propriété Pour diminuer un nombre N de $t\%$, on fait de manière similaire :

$$N - \frac{t}{100} \times N \qquad \text{ou} \qquad (1 - \frac{t}{100}) \times N$$

Exemple

- Calculer une augmentation de 15% d'une quantité Q c'est faire :
  $(1 + \frac{15}{100}) \times Q = (1 + 0{,}15)Q = 1{,}15 \times Q$
- calculer une baisse de 8% d'une quantité P c'est faire :
  $(1 - \frac{8}{100}) \times P = (1 - 0{,}08)P = 0{,}92 \times P$

▶ **Exercices :** 19,20p20

II. Coefficient multiplicateur

Si une quantité est passée de A à B, quelle a été l'évolution en pourcentage ?

Définition On appelle **variation absolue** la différence $B - A$.
Elle est négative dans le cas d'une baisse, positive dans le cas d'une hausse.

Définition On appelle **coefficient multiplicateur**, parfois noté CM, le nombre $\frac{B}{A}$.
C'est le nombre par lequel on a multiplié A pour obtenir B : $B = CM \times A$.

Propriété La **variation relative** (en pourcentage) est :

$$\frac{B - A}{A} \times 100$$

Que l'on peut voir aussi sous la forme :

$$\left(\frac{B}{A}-1\right)\times 100=(CM-1)\times 100$$

Le nombre est positif ou négatif, selon qu'il s'agit d'une augmentation ou d'une baisse respectivement.
On parle aussi de **taux d'évolution en pourcentage**.
On note parfois :

$$\frac{V_f-V_i}{V_i}\times 100=\frac{\text{valeur finale}-\text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}\times 100$$

Exemple Une valeur passe de 120 à 80. La variation relative en pourcentage est donc : $\dfrac{80-120}{120}\times 100=\dfrac{-40}{120}\times 100=-\dfrac{1}{3}\times 100\simeq -33{,}3$. La valeur a donc baissé de 33,3% environ.

▶ **Exercices :** 21,22p20

Propriété Soit t le taux d'évolution en pourcentage (éventuellement négatif), et soit CM le coefficient multiplicateur. On a vu plus haut que $t=(CM-1)\times 100$.
De manière équivalente on a $CM=1+\dfrac{t}{100}$.
Ainsi, on peut « lire » la valeur de t en voyant le nombre CM.

Exemple
Un coefficient multiplicateur $CM=1{,}15$ correspond à une hausse de 15%.
Un coefficient multiplicateur $CM=0{,}80$ correspond à une baisse de 20%.

▶ **Exercice :** 26 et 24 p20

▶ **Exercice :** (DM ?) 29p21 (algorithmique et calculatrice)

▶ **Exercices :** 33,34,35p22

III. Deux évolutions successives

Appliquer successivement des pourcentages peut se voir comme faire des multiplications successives.
Soit Q_0 une quantité initiale. Imaginons une variation de t_1% puis une variation de t_2%.
Après la première augmentation, on a une quantité $Q_1=\left(1+\dfrac{t_1}{100}\right)\times Q_0=CM_1\times Q_0$.
La quantité finale est alors

$$Q_2=\left(1+\frac{t_2}{100}\right)\times Q_1=\left(1+\frac{t_2}{100}\right)\times\left(1+\frac{t_1}{100}\right)\times Q_0=CM_2\times CM_1\times Q_0$$

Exemple Dans une banque un livret d'épargne rapporte 2% par an. Lorsque l'on débute un livret en déposant 500€, au bout de deux ans (donc deux augmentations successives de 2%) le compte contient :

$$500\times\left(1+\frac{2}{100}\right)\times\left(1+\frac{2}{100}\right)=500\times 1{,}02\times 1{,}02=520.20€$$

▶ **Exercice :** 5p17 (augmentation puis diminution du même pourcentage)

▶ **Exercices :** 38 (corrigé), 40p23

▶ **Exercices :** (DM ?) 45,47p24

IV. Évolution réciproque

Propriété Si on connait le nombre N_f après une évolution t en pourcentage (éventuellement négative), on peut calculer le nombre N_i avant évolution.
Puisque $N_f = \left(1 + \dfrac{t}{100}\right) \times N_i$, on a alors

$$N_i = \frac{N_f}{1 + \dfrac{t}{100}} = N_f \times \frac{1}{1 + \dfrac{t}{100}}$$

Le coefficient multiplicateur de la variation réciproque est donc l'inverse du coefficient multiplicateur.

Exemple Une valeur a augmenté de 50%. Quelle évolution en pourcentage doit-on appliquer pour retrouver la valeur initiale ? Autrement dit, quelle est l'évolution réciproque ?
On a $V_f = V_i \times \left(1 + \dfrac{50}{100}\right) = V_i \times 1{,}5$.
donc $V_i = V_f \times \dfrac{1}{1{,}5} \simeq 0{,}67$.
Alors $t = (CM - 1) \times 100 \simeq (0{,}67 - 1) \times 100 \simeq -33$.
Il s'agit donc d'une baisse de 33% environ.

▶ **Exercice :** 44p24

V. Indices

Lorsque l'on considère des évolutions successives, il peut être pratique de les représenter en utilisant une date de référence pour laquelle on considère une valeur de référence, l'indice 100. Pour les autres dates, on donne alors un indice calculé proportionnellement à cet indice.
Un indice traduit une évolution par rapport à la quantité de référence. Cela permet de lire le taux d'évolution depuis la date de référence.
La formule donnant l'indice à une date donnée est la suivante :

$$\text{Indice à la date } k = \frac{\text{Valeur à la date } k}{\text{Valeur à la date de référence}} \times 100$$

Si la date de référence est n, on dit que les indices sont les indice en base 100 à la date n.

Exemple Exercice corrigé p17 (calcul des indices en base 100 en 2006)

Remarque Il est facile alors de voir les taux d'évolution depuis la date de référence vers une date **postérieure**.

▶ **Exercices :** 7p17 et 30p21 et 42p22 (+ éventuellement d'autres comme 36p22 (pouvoir d'achat))