LYCÉE ALFRED KASTLER **TSTMG**
2015–2016

Devoir maison n°03 – mathématiques
Donné le 04/02/2016 – à rendre le 18/02/2016

Exercice 1
Dans le tableau ci-dessous figurent les résultats d'une enquête réalisée dans un magasin pour déterminer le nombre d'acheteurs potentiels d'un modèle de parfum, en fonction de son prix en euros.

Prix de vente x_i (en euros)	35	40	45	50	55	60	70
Nombre d'acheteurs potentiels y_i	231	215	198	181	167	150	117

Le but de l'exercice est de déterminer le prix de vente pour lequel la recette correspondant à la commercialisation de ce modèle est maximale.

1. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés.
   Arrondir le coefficient directeur au centième et l'ordonnée à l'origine au dixième.
2. Soit $r(x)$ la recette correspondant à la vente, prévue selon l'ajustement, du modèle de parfum en fonction du prix de vente (unitaire) x.
   À l'aide de la question précédente, donner l'expression de $r(x)$ en fonction de x.
   Indice : il s'agit d'une fonction polynomiale de degré 2.
3. Étudier les variations de la fonction r.
4. Déterminer le prix de vente qui permettra d'obtenir une recette maximale.
   Quelle est alors la recette correspondante ? Combien y a-t-il d'acheteurs dans ce cas ?

Exercice 2
Imaginons que les producteurs de laine australiens puissent augmenter leur production de laine de $x\%$ par an trois années consécutives, mais qu'ils doivent ensuite la baisser du même pourcentage la quatrième année.
On souhaite étudier, en fonction de x, l'évolution de la production, puis déterminer la valeur de x qui rendra maximale la hausse globale de la production.

1. Expliquer pourquoi, étant donné le pourcentage x d'augmentation des trois premières années et de diminution de la quatrième année, la production initiale a été multipliée par le coefficient multiplicateur :
   $$\left(1+\frac{x}{100}\right)^3\left(1-\frac{x}{100}\right)$$
2. Déterminer alors le taux d'évolution global en pourcentage à l'issue de ces quatre évolutions lorsque $x = 20$ et lorsque $x = 80$.
3. Pour simplifier les calculs, on pose $t = \dfrac{x}{100}$.
   On étudie alors la fonction f définie par $f(t) = (1+t)^3(1-t)$.
   (a) Lorsque x varie de 0 à 100, entre quelles valeurs varie t ?
   (b) Calculer $f'(t)$ et montrer que $f'(t) = -4(t+1)^2(t-0{,}5)$.
   (c) Déterminer alors les variations de f sur l'intervalle $[0; 1]$.
   (d) En quelle valeur de t la fonction f est-elle maximale ?
4. Quel est le pourcentage x qui rend la hausse globale de production maximale ?
   De combien est alors cette hausse ?