DEVOIR DE TYPE BAC
Mercredi 4 mai 2016

MATHÉMATIQUES

Série STMG

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient 3

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées, conformément à la réglementation en vigueur.

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.
Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer sur la copie.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Le sujet comporte une annexe à rendre avec la copie.

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5.

Exercice 1 (5 points) 2014, 8 avril, Pondichéry Exercice 3

Dans cet exercice, les parties A et B sont indépendantes

Partie A

Un sondage a été effectué auprès de vacanciers sur leurs pratiques sportives pendant leurs congés.
Ce sondage révèle que 45% des vacanciers fréquentent une salle de sport pendant leurs congés et parmi ceux-ci, 60% pratiquent la natation.
Parmi les vacanciers qui ne fréquentent pas une salle de sport, 70% pratiquent la natation.
On choisit un vacancier au hasard. On considère les évènements suivants :

S **:** « le vacancier choisi fréquente une salle de sport » ;

N **:** « le vacancier choisi pratique la natation ».

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. (a) Définir par une phrase l'évènement $S \cap N$.
   (b) Calculer la probabilité de l'évènement $S \cap N$.
3. Montrer que $p(N) = 0{,}655$.
4. Calculer $p_N(S)$, la probabilité de l'évènement S sachant que l'évènement N est réalisé.
   On arrondira le résultat à 10^{-4} près.
5. On interroge successivement et de façon indépendante quatre vacanciers pris au hasard. Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre de ces vacanciers pratiquant la natation pendant leurs congés. Le nombre de vacanciers étant suffisamment grand, on considère que X suit une loi binomiale.
   (a) Préciser les paramètres de cette loi binomiale.
   (b) Calculer la probabilité que deux vacanciers exactement pratiquent la natation pendant leurs congés. On arrondira le résultat à 10^{-4} près.

Partie B

En France, en 2011, 22% des sportifs licenciés avaient une licence de football. Déterminer un intervalle de fluctuation à au moins 95% de la fréquence des licenciés de football dans un échantillon de 400 sportifs licenciés choisis au hasard parmi les sportifs licenciés en 2011.

Exercice 2 (5 points) 2014, 11 septembre, Métropole Exercice 4

Partie A

On considère la fonction f définie pour tout réel x de l'intervalle $[4; 16]$ par : $f(x) = -x + 20 - \dfrac{64}{x}$.
On note f' la fonction dérivée de f.

1. Démontrer que pour tout x de l'intervalle $[4; 16]$, on a : $f'(x) = \dfrac{64 - x^2}{x^2}$.
2. (a) Montrer que le tableau de signes de f' sur l'intervalle $[4; 16]$ est :

x	4		8		16
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

   (b) Dresser le tableau de variations complet de la fonction f sur l'intervalle $[4; 16]$.

Partie B

Une entreprise produit et commercialise entre 4 et 16 tonnes d'engrais par jour. On admet que toute sa production est vendue. Le bénéfice total (exprimé en centaines d'euros) réalisé pour une production de x tonnes d'engrais, est modélisé à l'aide de la fonction B définie par : $B(x) = -x^2 + 20x - 64$.

1. En étudiant les variations de la fonction B sur l'intervalle $[4; 16]$, déterminer la production permettant de réaliser un bénéfice total maximal. Quel est ce bénéfice total ?

2. Le bénéfice unitaire pour une production de x tonnes d'engrais est donné par $\dfrac{B(x)}{x}$.

   Le bénéfice total et le bénéfice unitaire sont-ils maximaux pour la même production d'engrais ?

   On pourra utiliser les résultats obtenus dans la partie A.

Exercice 3 (6 points) 2014, 14 novembre, Nouvelle-Calédonie Exercice 1 (extrait)

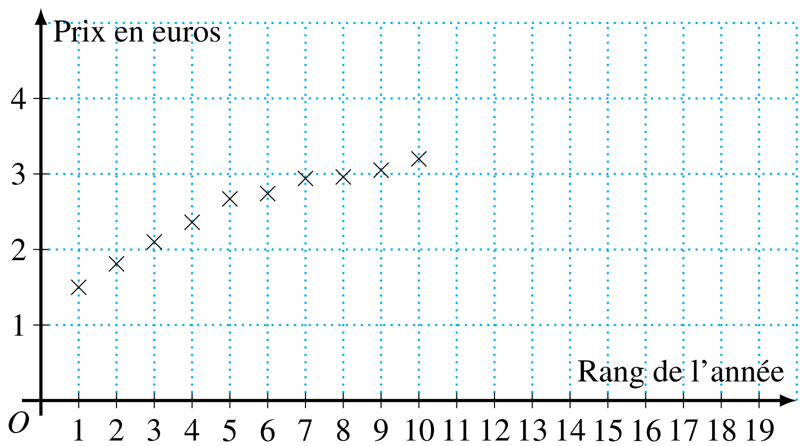
Dans cet exercice, les parties A et B sont indépendantes.

Le tableau suivant donne le prix moyen d'un paquet de cigarettes au 1er janvier de chaque année de 1991 à 2000. On sait de plus que, le 1er janvier 2012, le prix moyen d'un paquet de cigarettes était de 6,40 €.

Année	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Rang de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Prix en euros	1,50	1,81	2,10	2,36	2,67	2,74	2,94	2,96	3,05	3,20

Partie A

On a représenté ci-dessous, dans un repère orthogonal du plan, les données du tableau sous la forme d'un nuage de points de coordonnées $(x_i; y_i)$ pour i variant de 1 à 10.



Soit les points A de coordonnées $(0; 1{,}53)$ et B de coordonnées $(5{,}5; 2{,}52)$. On admet que la droite (AB) réalise un bon ajustement affine du nuage de points.

1. Justifier qu'une équation de la droite (AB) est $y = 0{,}18x + 1{,}53$.

2. Selon ce modèle d'ajustement, quel est le prix moyen d'un paquet de cigarettes le 1er janvier 2012 ? Que peut-on penser du résultat obtenu ?

Partie B

On suppose que le prix moyen d'un paquet de cigarettes augmente de 6% par an à partir du 1er janvier 2000.
On note u_n le prix moyen d'un paquet de cigarettes pour l'année $(2000 + n)$.
On a donc $u_0 = 3{,}20$.

1. (a) Calculer u_1 puis u_2. *On arrondira les résultats à 10^{-3} près.*
   (b) Déterminer et justifier la nature de la suite (u_n). Préciser sa raison.
   (c) Exprimer le terme général u_n en fonction de n.
   (d) Selon ce modèle d'évolution, le prix moyen d'un paquet de cigarettes dépasse-t-il 5 € le 1er janvier 2005 ? Justifier.

2. On considère l'algorithme suivant :

Variables :	n est du type nombre entier
	u est du type nombre réel
	S est du type nombre réel
Début algorithme :	u prend la valeur 3,2
	S prend la valeur 3,2
	Pour n allant de 1 à 4
	Début Pour
	u prend la valeur $u \times 1{,}06$
	S prend la valeur $S + u$
	Fin Pour
Fin algorithme	
Sortie :	Afficher S

   (a) Quelle est la valeur affichée par cet algorithme ? *On arrondira le résultat à* 10^{-2} *près*. On pourra s'aider du tableau fourni en **annexe à rendre avec la copie** pour répondre.

   (b) L'algorithme affiche une valeur lorsqu'il s'achève. Comment interpréter cette valeur par rapport à la suite (u_n) ?

3. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, d'initiative non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   Paul a arrêté de fumer le 1er janvier 2011. Du 1er janvier 2000 au 31 décembre 2010, il fumait 90 paquets de cigarettes par an. Quelle somme d'argent aurait-il pu économiser s'il n'avait pas fumé durant ces années ? *On arrondira le résultat au centime d'euro près.*

Exercice 4 (4 points) 2014, 14 novembre, Nouvelle-Calédonie Exercice 3

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).

Pour chaque question, **une seule des trois réponses proposées est correcte.**

Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point.

1. La variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance 12 et d'écart-type 2.

   La probabilité de l'évènement $\{X \leqslant 10\}$, notée $P(X \leqslant 10)$, est égale à :

   - $P(X < 11)$
   - $P(0 \leqslant X \leqslant 10)$
   - $P(X < 10)$

2. La variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance 12 et d'écart-type 2.

   La probabilité de l'évènement $\{8 \leqslant X \leqslant 16\}$, notée $P(8 \leqslant X \leqslant 16)$, vaut, à 10^{-2} près :

   - 0,5
   - 0,95
   - 0,68

3. La variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance 12 et d'écart-type 2.

   La probabilité de l'évènement « $8 \leqslant X \leqslant 12$ », notée $P(8 \leqslant X \leqslant 12)$, est égale à :

   - $1 - P(X \geqslant 8)$
   - $0{,}5 + P(X \geqslant 8)$
   - $0{,}5 - P(X \leqslant 8)$

4. En France, le 1er janvier 2010, 48,7% des foyers possédaient au moins un écran plat de télévision. Une étude s'intéresse à un échantillon de 150 foyers possédant au moins un écran plat de télévision et domiciliés dans une même ville. Un intervalle de fluctuation à au moins 95% de la fréquence de ces foyers possédant un écran plat est :

   - $[48{,}6; 48{,}8]$
   - $[0{,}35; 0{,}52]$
   - $[0{,}40; 0{,}57]$

Annexe

Exercice 3

n		1	2										
u	3,2	3,39											
S	3,2	6,59											