Variations de fonctions polynomiales

Exercice 1 (Degré 2) Étudier les variations des fonctions suivantes sur $\mathbb{R}$.

1. $f(x) = 2x^2 - 8x + 1$
2. $f(x) = -x^2 + x + 3$
3. $f(x) = -x^2 + 160x + 1$
4. $f(x) = 2x^2 - 4x - 1$
5. $f(x) = -3x^2 + 5x + 2$
6. $f(x) = (2 - x)^2$

Exercice 2 (Degré 3) Étudier les variations des fonctions suivantes sur $\mathbb{R}$.

1. $f(x) = x^3 - 4x^2 + 5x + 1$
2. $f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$
3. $f(x) = -5x^3 + 4x^2 - x + 2$
4. $f(x) = -4x^3 + 6x^2 - 3x$
5. $f(x) = -2x^3 + 6x^2 - 7x + 100$
6. $f(x) = 2x^3 + x^2 - 2$

Exercice 3 (Degré 4) Étudier les variations des fonctions suivantes sur $\mathbb{R}$.
Indication : chercher à factoriser la dérivée.

1. $f(x) = x^4 - 2x^3 + 1$
2. $f(x) = x^4 - 200x^2 + 100$
3. $f(x) = 0{,}5x^4 - x^3 - 2{,}5x^2 + 1$

Exercice 4 (Degré 4 avec de l'aide)
Soit f la fonction définie sur $[-2; 8]$ par $f(x) = x^4 - 8x^3 - 14x^2 + 4$.

1. Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = 4x(x + 1)(x - 7)$.
2. Étudier alors le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[-2; 8]$.
3. En déduire les variations de f sur $[-2; 8]$.