LYCÉE ALFRED KASTLER **TSTMG**
2015–2016

Exercice 1
On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[1; 11]$ par :

$$f(x) = 0{,}11x^2 - 0{,}66x + 1{,}86$$

1. On note f' la fonction dérivée de la fonction f. Calculer $f'(x)$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[1; 11]$ et en déduire le tableau de variation de la fonction f.
3. Quel est le minimum de f ? Pour quelle valeur est-il atteint ?

Exercice 2
On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 6]$ par :

$$f(x) = -0{,}4x^2 + 2{,}2x + 2$$

1. On note f' la fonction dérivée de la fonction f. Calculer $f'(x)$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0; 6]$ et en déduire le tableau de variation de la fonction f.
3. Quel est le maximum de f ? Pour quelle valeur est-il atteint ?

Exercice 3
Un bénéfice est modélisé par la fonction :

$$f(x) = x^3 - 60x^2 + 900x - 500$$

Il est exprimé en euros, x étant un nombre d'unités vendues, $x \in [0; 30]$.

1. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de f.
2. Dresser, après avoir étudié le signe de f', le tableau de variation de f.

Exercice 4
Soit g la fonction définie sur $[0; 36]$ par :

$$g(x) = 0{,}2x^3 - 14{,}4x^2 + 259{,}2x + 295{,}2$$

1. Calculer $g'(x)$.
2. Déterminer le maximum de g sur $[0; 36]$.

Exercice 5
Un coup de fabrication est modélisé par :

$$f(x) = 0{,}5x^3 - 4x^2 + 20x + 72$$

Il est exprimé en milliers d'euros, x étant exprimé en tonnes.
Le coût moyen est alors défini par $C_M(x) = \dfrac{f(x)}{x}$.

1. Calculer la dérivée de la fonction C_M, notée C'_M.
2. Montrer que pour tout $x \in]0; 10]$, $C'_M(x) = \dfrac{(x-6)(x^2+2x+12)}{x^2}$.
3. Justifier que $C'_M(x)$ est du signe de $x - 6$ pour x variant dans l'intervalle $]0; 10]$ et en déduire le tableau de variations de la fonction C_M.
4. Déterminer la production de bouteilles correspondant à un coût moyen minimal.

Exercice 6
On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[1; 15]$ par

$$f(x) = \frac{20x + 21}{x^2 + 1}$$

1. Montrer que $f'(x) = \dfrac{-20x^2 - 42x + 20}{(x^2+1)^2}$.
2. Démontrer que la fonction f est strictement décroissante sur $[1; 15]$.