

Exercice 1 On considère la fonction g définie sur $[-3 ; 2]$ par

$$g(x) = (x - 1)^2(x + 3).$$

1. Vérifier que $g(x) = x^3 + x^2 - 5x + 3$.
2. Calculer $g'(x)$, g' étant la dérivée de la fonction g .
3. Résoudre l'équation $3x^2 + 2x - 5 = 0$.
Étudier le signe de g' sur l'intervalle $[-3 ; 2]$. En déduire le tableau de variation de la fonction g .

Exercice 2 On modélise :

- les recettes par la fonction R définie sur $[0 ; 7]$ par

$$R(x) = -2x^3 + 4,5x^2 + 62x,$$

- les coûts par la fonction C définie sur $[0 ; 7]$ par

$$C(x) = 20x + 10.$$

1. Calculer la recette et le coût pour 300 produits fabriqués.
En déduire le bénéfice correspondant.
2. On note B la fonction bénéfice.
Donner l'expression de $B(x)$ sur l'intervalle $[0 ; 7]$.
3. Vérifier que $B'(x) = -6x^2 + 9x + 42$ où B' désigne la fonction dérivée de la fonction B .
4. Étudier le signe de $B'(x)$. Donner le tableau de variations de B .
5. En déduire la valeur du bénéfice maximal ainsi que le nombre de produits à fabriquer pour l'obtenir.

Exercice 3 On considère la fonction f définie pour tout réel x de l'intervalle $[4 ; 16]$ par :

$$f(x) = -x + 20 - \frac{64}{x}.$$

On note f' la fonction dérivée de f .

1. Démontrer que pour tout x de l'intervalle $[4 ; 16]$, on a :

$$f'(x) = \frac{64 - x^2}{x^2}.$$

2. (a) Montrer que le tableau de signes de f' sur l'intervalle $[4 ; 16]$ est :

x	4	8	16
$f'(x)$	+	0	-

- (b) Dresser le tableau de variations complet de la fonction f sur l'intervalle $[4 ; 16]$.

Exercice 4

Pour une nouvelle mine de plomb, les experts d'une entreprise modélisent le chiffre d'affaires (en milliers d'euros) avec la fonction f définie sur $[0 ; 2\,000]$ par :

$$f(x) = \frac{x^2}{x + 1\,000}$$

où x désigne la masse de plomb vendue, exprimée en tonnes.

1. On note f' la dérivée de f sur $[0 ; 2\,000]$, montrer que :

$$f'(x) = \frac{x^2 + 2\,000x}{(x + 1\,000)^2}.$$

2. Déterminer le signe de $f'(x)$ sur $[0 ; 2\,000]$; en déduire le tableau de variations de f .
3. Résoudre l'équation $f(x) = 500$ sur $[0 ; 2\,000]$.
4. Que signifie ce résultat pour l'entreprise?