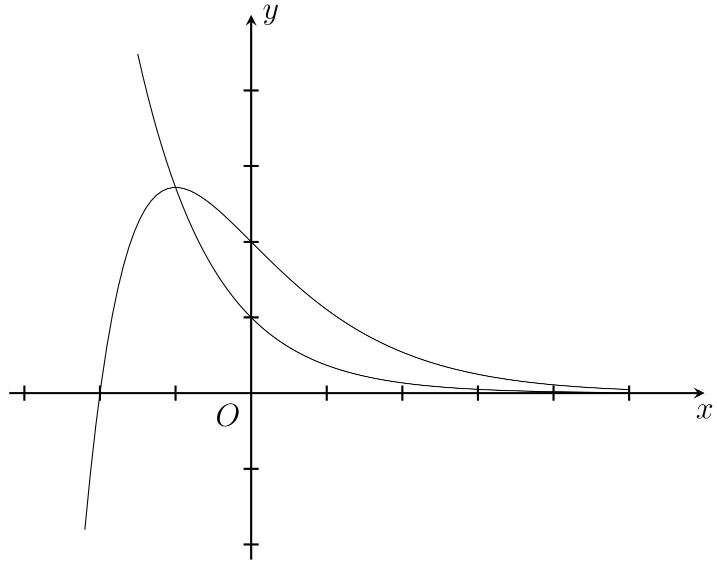
Exponentielle

Exercice 1
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2x-3)\,\mathrm{e}^{x^2}$.
Étudier les variations de f sur $\mathbb{R}$ et les résumer dans un tableau.

Exercice 2
On considère, pour tout réel k fixé, la fonction f_k définie sur $\mathbb{R}$ par $f_k(x) = (x+k)\,\mathrm{e}^{-x}$.
On note $\mathcal{C}_k$ la courbe représentative de f_k dans un repère orthogonal.

1. Montrer que la fonction f_k admet un maximum en $x = 1-k$.
2. On note M_k le point de la courbe $\mathcal{C}_k$ d'abscisse $1-k$.
   Montrer que le point M_k appartient à la courbe Γ d'équation $y = \mathrm{e}^{-x}$.
3. Sur le graphique donné ci-dessous, le repère est orthogonal mais les unités sur les axes et les noms des courbes n'apparaissent pas. Les deux courbes sont les suivantes :
   - la courbe Γ d'équation $y = \mathrm{e}^{-x}$;
   - une courbe $\mathcal{C}_k$ d'équation $y = (x+k)\,\mathrm{e}^{-x}$.



   (a) Identifier les deux courbes.
   (b) En expliquant la démarche utilisée, déterminer la valeur du nombre k correspondante ainsi que l'unité graphique sur chacun des axes.

Exercice 3 (bonus)
Soit a un réel non nul.

1. Donner l'expression d'une fonction g définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $g' = g$ et $g(0) = a$.
2. Démontrer que la fonction g trouvée à la question précédente est l'unique fonction qui satisfait les deux conditions $g' = g$ et $g(0) = a$.
   On pourra éventuellement utiliser la propriété du cours selon laquelle il existe une unique fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f' = f$ et $f(0) = 1$.