Exponentielle

Exercice 1

1. Soit f la fonction définie et dérivable sur l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$ telle que :

$$f(x) = (x+1)\,\mathrm{e}^{x}$$

   (a) Calculer f', la fonction dérivée de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

   (b) Dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.

   (c) Compléter le tableau avec les limites en $-\infty$ et $+\infty$, sans chercher à les calculer.
   Pour cela on pourra utiliser une représentation graphique donnée par la calculatrice.

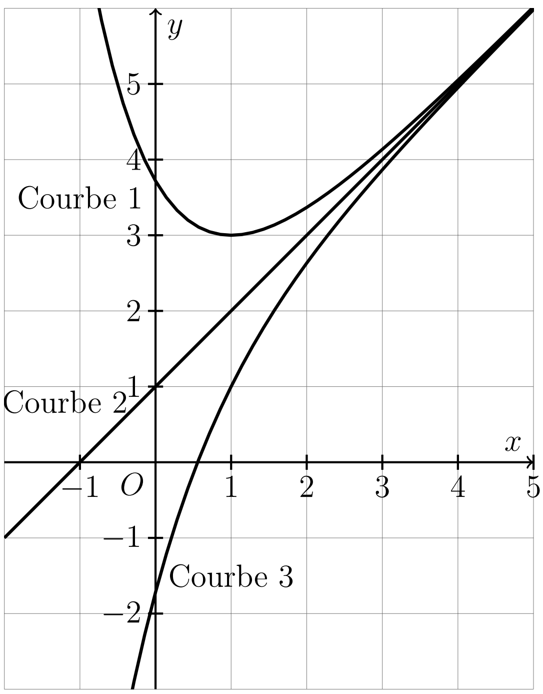
2. Soit m un réel quelconque. On définit la fonction g_m sur $\mathbb{R}$ par :

$$g_m(x) = x + 1 - m\,\mathrm{e}^{-x}$$

   On note $\mathscr{C}_m$ la courbe de la fonction g_m dans un repère $(0; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

   (a) Démontrer que $g_m(x) = 0$ si et seulement si $f(x) = m$, puis déduire de la question précédente, sans justification, le nombre de points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_m$ avec l'axe des abscisses en fonction du réel m.

   (b) Voici la représentation graphique des courbes $\mathscr{C}_0$, $\mathscr{C}_{\mathrm{e}}$ et $\mathscr{C}_{-\mathrm{e}}$.
   Identifier chacune de ces courbes en justifiant.



   (c) Étudier la position de la courbe $\mathscr{C}_m$ par rapport à la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = x + 1$ suivant les valeurs du réel m.

   (d) On appelle D_2 la partie du plan comprise entre les courbes $\mathscr{C}_{\mathrm{e}}$, $\mathscr{C}_{-\mathrm{e}}$, l'axe $(0y)$ et la droite $x = 2$. Hachurer D_2 sur la figure et exprimer sa valeur à l'aide d'intégrales.