Devoir maison n°04 – mathématiques
Correction

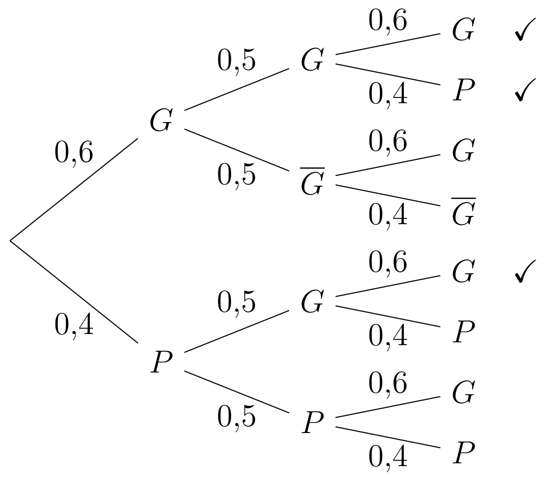
Exercice 1

1. On considère l'expérience aléatoire qui consiste à regarder **une** voiture qui passe.
   On définit l'événement S (« succès ») comme étant le fait que la plaque est française.
   On a alors $\mathbb{P}(S) = p = 0{,}81$ d'après l'énoncé. (Il s'agit d'une épreuve de Bernoulli).
   On répète $n = 30$ fois cette expérience de manière indépendante, et on s'intéresse au nombre X de succès. (Il s'agit d'un schéma de Bernoulli).
   Alors X suit la loi binomiale de paramètres $n = 30$ et $p = 0{,}81$. On note $X \sim \mathscr{B}(30; 0{,}81)$.
2. On se ramène à des probabilités de la forme $\mathbb{P}(X \leqslant k)$ puis on utilise la calculatrice :
   $$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(X < 21) = \mathbb{P}(X \leqslant 20) \simeq 0{,}0451$$
   $$\mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(X \geqslant 28) = 1 - \mathbb{P}(X \leqslant 27) \simeq 1 - 0{,}9425 \simeq 0{,}0575$$
3. On a $\overline{A} \cap \overline{B}$: « le nombre de voitures avec une plaque française est entre 21 et 27 ».
   On peut noter aussi $\overline{A} \cap \overline{B}$: « $21 \leqslant X \leqslant 27$ ».
   Par suite, $\mathbb{P}(\overline{A} \cap \overline{B}) = \mathbb{P}(21 \leqslant X \leqslant 27) = \mathbb{P}(X \leqslant 27) - \mathbb{P}(X \leqslant 20) \simeq 0{,}9425 - 0{,}0451 \simeq 0{,}8974$.
4. On utilise la formule : $\mathbb{P}_{\overline{A}}(\overline{B}) = \dfrac{\mathbb{P}(\overline{A} \cap \overline{B})}{\mathbb{P}(\overline{A})} = \dfrac{\mathbb{P}(\overline{A} \cap \overline{B})}{1 - \mathbb{P}(A)} \simeq \dfrac{0{,}8974}{1 - 0{,}0451} \simeq 0{,}9398$.
   Il s'agit de la probabilité que le nombre de voitures ayant une plaque française soit strictement inférieur à 27 sachant qu'il est supérieur à 22.
5. On a $\mathbb{P}(\overline{A}) \times \mathbb{P}(\overline{B}) = (1 - \mathbb{P}(A)) \times (1 - \mathbb{P}(B)) \simeq (1 - 0{,}0451) \times (1 - 0{,}0575) \simeq 0{,}9000$.
   Or $\mathbb{P}(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0{,}8974$. Donc $\mathbb{P}(\overline{A} \cap \overline{B}) \neq \mathbb{P}(\overline{A}) \times \mathbb{P}(\overline{B})$: $\overline{A}$ et $\overline{B}$ ne sont pas indépendants, ce qui implique que A et B ne sont pas indépendants.

Exercice 2

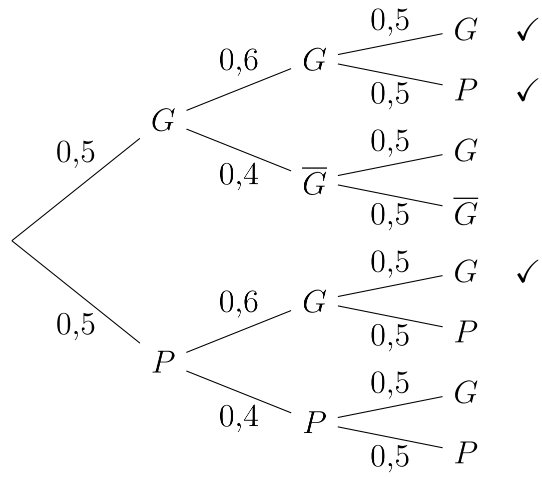
On note G l'événement « la partie est gagnée » et P l'événement « la partie est perdue ». Pour représenter la situation nous allons faire des arbres pondérés, où l'on cochera les branches correspondant au fait que deux parties de suite au moins ont été gagnées. On calcule ensuite la probabilité de l'événement R « Bobby réussit à gagner au moins deux parties de suite » avec la règle du cours.

si le premier adversaire est le père :



$$\mathbb{P}(R) = 0{,}6 \times 0{,}5 \times 0{,}6 + 0{,}6 \times 0{,}5 \times 0{,}4 + 0{,}4 \times 0{,}5 \times 0{,}6 = 0{,}42$$

si le premier adversaire est la mère :



$$\mathbb{P}(R) = 0{,}5 \times 0{,}6 \times 0{,}5 + 0{,}5 \times 0{,}6 \times 0{,}5 + 0{,}5 \times 0{,}6 \times 0{,}5 = 0{,}45$$

Conclusion : Bobby a un léger avantage à commencer à jouer contre sa mère.