

Devoir maison n°18 – mathématiques
Correction

Exercice 1

1. Comme $f(x) = \frac{5}{2} \times \frac{2}{(2x+1)^2}$, on a la forme $\frac{u'}{u^2}$, qui a pour primitive $\frac{-1}{u}$.

Alors $F(x) = \frac{5}{2} \times \frac{-1}{2x+1} + k, k \in \mathbb{R}$.

La contrainte $F(1) = 2$ nous donne $k = \frac{17}{6}$, donc $F(x) = \frac{5}{2} \times \frac{-1}{2x+1} + \frac{17}{6}$.

L'intervalle de définition est $\left] \frac{-1}{2}; +\infty \right[$.

2. On a $f(x) = -\frac{-1}{3-x}$, on a la forme $\frac{u'}{u}$ avec $u < 0$ (car on veut f définie en $x = 4$ pour lequel $3 - x = 3 - 4 = -1 < 0$, qui a pour primitive $\ln(-u)$.

On peut aussi noter $f(x) = -\frac{1}{x-3}$ de la forme $\frac{u'}{u}$ avec $u > 0$, qui a pour primitive $\ln(u)$.

Alors $F(x) = -\ln(x-3) + k$, pour $x \in]3; +\infty[$, avec $k \in \mathbb{R}$.

La contrainte $F(4) = 1$ nous donne $k = 1$, donc $F(x) = -\ln(x-3) + 1$.

3. Comme $f(x) = -\frac{1}{2} \times (-2x) \times e^{-x^2}$, on a la forme $u' e^u$, qui a pour primitive e^u .

Alors $F(x) = -\frac{1}{2} e^{-x^2} + k, k \in \mathbb{R}$.

La contrainte $F(\sqrt{\ln 2}) = 1$ nous donne $k = \frac{5}{4}$, donc $F(x) = -\frac{1}{2} e^{-x^2} + \frac{5}{4}$.

L'intervalle de définition est $\mathbb{R}$.

Exercice 2

1. On réécrit : $ax + b + \frac{c}{x+2} = \frac{(ax+b)(x+2) + c}{x+2} = \frac{ax^2 + (2a+b)x + (2b+c)}{x+2}$.

On identifie les coefficients de l'expression polynomiale au numérateur avec ceux de $4x^2 + 7x + 1$, puis on résout le système obtenu :

$$\begin{cases} a = 4 \\ 2a + b = 7 \\ 2b + c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -1 \\ c = 3 \end{cases}$$

Ainsi, $\frac{4x^2 + 7x + 1}{x+2} = 4x - 1 + \frac{3}{x+2}$.

2. On cherche une primitive de f définie par $f(x) = 4x - 1 + \frac{3}{x+2} = 4x - 1 + 3 \times \frac{1}{x+2}$.

On obtient $F(x) = 2x^2 - x + 3 \ln(x+2)$.

Alors $I = \int_0^2 \frac{4x^2 + 7x + 1}{x+2} dx = F(2) - F(0) = 6 + 3 \ln(4) - 3 \ln(2) = 6 + 3 \ln(2)$.

Exercice 3

L'algorithme est le suivant :

Variables :

n est un entier naturel

v est un nombre réel

Traitement :

v prend la valeur 10

Pour n allant de 1 à 15 Faire

v prend la valeur $0,8v$

 Si $v < 5$ Alors

v prend la valeur $v + 4$

 FinSi

FinPour

Afficher v