

Devoir maison n°19 – mathématiques  
Donné le 11/05/2016 – à rendre le 18/05/2016

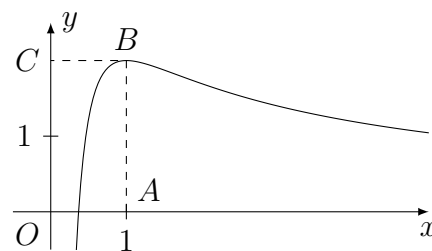
**Exercice 1**

La figure ci-dessous donne la représentation graphique  $\mathcal{C}$  de la fonction  $f$  définie sur  $]0; +\infty[$  par :

$$f(x) = \frac{2}{x} + 2 \times \frac{1}{x} \times \ln x$$

1. Déterminer une primitive de  $f$  sur  $]0; +\infty[$ .
2. Les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  ont pour coordonnées respectives  $(1; 0)$ ,  $(1; 2)$  et  $(0; 2)$ .

Montrer que la courbe  $\mathcal{C}$  partage le rectangle  $OABC$  en deux domaines d'aires égales.



**Exercice 2**

Soit  $(I_n)$  la suite définie, pour tout entier  $n$  supérieur ou égal à 1, par  $I_n = \int_1^n e^{-t} \sqrt{1+t} dt$ .

1. Démontrer que la suite  $(I_n)$  est croissante.
2. Soit  $J_n = \int_1^n e^{-t}(1+t)dt$ .
  - (a) Comparer  $I_n$  et  $J_n$ .
  - (b) Démontrer que la fonction  $G$  définie par  $G(t) = (-t - 2)e^{-t}$  est une primitive de la fonction  $g$  définie par  $g(t) = e^{-t}(1+t)$ .
  - (c) Calculer  $J_n$ .
  - (d) Démontrer que la suite  $(J_n)$  est majorée.
3. Démontrer que la suite  $(I_n)$  est convergente.