

Devoir maison n°19 – mathématiques
Donné le 11/05/2016 – à rendre le 18/05/2016

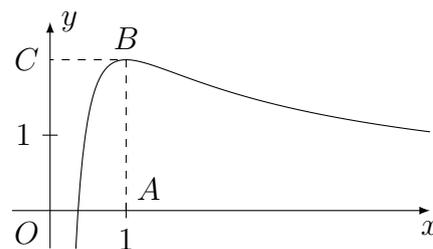
Exercice 1

La figure ci-dessous donne la représentation graphique \mathcal{C} de la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{2}{x} + 2 \times \frac{1}{x} \times \ln x$$

1. Déterminer une primitive de f sur $]0; +\infty[$.
2. Les points A , B et C ont pour coordonnées respectives $(1; 0)$, $(1; 2)$ et $(0; 2)$.

Montrer que la courbe \mathcal{C} partage le rectangle $OABC$ en deux domaines d'aires égales.



Exercice 2

Soit (I_n) la suite définie, pour tout entier n supérieur ou égal à 1, par $I_n = \int_1^n e^{-t} \sqrt{1+t} dt$.

1. Démontrer que la suite (I_n) est croissante.
2. Soit $J_n = \int_1^n e^{-t}(1+t)dt$.
 - (a) Comparer I_n et J_n .
 - (b) Démontrer que la fonction G définie par $G(t) = (-t - 2)e^{-t}$ est une primitive de la fonction g définie par $g(t) = e^{-t}(1+t)$.
 - (c) Calculer J_n .
 - (d) Démontrer que la suite (J_n) est majorée.
3. Démontrer que la suite (I_n) est convergente.