

Devoir surveillé n°1 – mathématiques
23/09/2015**Exercice 1 (5 points)**

Déterminer les limites des suites suivantes :

1. $u_n = \sqrt{n} - 5n^2 + 3n$

2. $v_n = \frac{5n - 3}{2n^2 - n + 5}$

Exercice 2 (7 points)1. Démontrer que si a, b, c, d sont tous positifs et sont tels que $a \geq c$ et $\frac{1}{b} \geq \frac{1}{d}$, alors $\frac{a}{b} \geq \frac{c}{d}$.2. Soit u la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \frac{(-1)^n + n}{(-1)^n + 2}$.(a) Démontrer que pour tout $n \geq 1$, $u_n \geq \frac{n-1}{3}$ (la question précédente pourra être utilisée).(b) Démontrer **à l'aide de la définition** que $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n-1}{3} = +\infty$.(c) En déduire la limite de la suite u .**Exercice 3 (8 points)**Soit u la suite définie par $u_0 = 4$ et pour tout $n \geq 0$, $u_{n+1} = 3 - \frac{4}{u_n + 1}$.On définit la fonction f sur $] -1; +\infty[$ par $f(x) = 3 - \frac{4}{x+1}$. Ainsi, quelque soit $n \geq 0$, $u_{n+1} = f(u_n)$.1. Démontrer que la fonction f est croissante sur $[0; +\infty[$.2. On admet que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \geq 1$.Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} \leq u_n$.3. En déduire les variations de la suite u .