

Devoir surveillé n°2 – mathématiques  
14/10/2015**Exercice 1 (8 points)**

Dans une usine, on utilise deux machines A et B pour fabriquer des pièces. La machine A assure 40% de la production et la machine B en assure 60%. On estime que 10% des pièces issues de la machine A ont un défaut et que 9% des pièces issues de la machine B ont un défaut.

On choisit une pièce au hasard et on considère les événements suivants :

$A$  : « La pièce est produite par la machine A »

$B$  : « La pièce est produite par la machine B »

$D$  : « La pièce a un défaut »

1. Traduire la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité que la pièce choisie présente un défaut et ait été fabriquée par la machine A.
3. Démontrer que la probabilité  $\mathbb{P}(D)$  de l'événement  $D$  est égale à 0,094.
4. On constate que la pièce choisie a un défaut.  
Quelle est la probabilité que cette pièce provienne de la machine A ?
5. Soit  $C$  un événement indépendant de  $D$ . On observe que  $\mathbb{P}(C \cap D) = 0,02$ .  
Quelle est la probabilité de  $C$  ?

**Exercice 2 (12 points)**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{x^3 - 4}{x^2 + 1}$ .

**1. Étude d'une fonction auxiliaire.**

On pose  $g(x) = x^3 + 3x + 8$

- (a) Étudier les variations de  $g$  sur  $\mathbb{R}$ .
  - (b) Démontrer qu'il existe une unique solution  $\alpha$  de l'équation  $g(x) = 0$  dans  $\mathbb{R}$ , située dans l'intervalle  $[-2; 0]$ .
  - (c) Donner une valeur approchée de  $\alpha$  à  $10^{-3}$  près.
  - (d) En déduire un tableau de signe pour la fonction  $g$ .
2. Calculer la dérivée  $f'$  de  $f$  et montrer que  $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 + 1)^2}$ .
  3. Déduire des questions précédentes les variations de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .