

Devoir surveillé n°7 – mathématiques
09/03/2016**Exercice 1 (4 points)**

On considère que la vie d'une peluche se termine lorsqu'elle subit un dommage majeur (déchirure, arrachage ...). On admet que la durée de vie en années d'une peluche, notée D , suit une loi exponentielle de paramètre λ .

1. On sait que $\mathbb{P}(D \leq 4) = 0,5$. Interpréter ce résultat dans le contexte de cet exercice.
Calculer la valeur exacte de λ .
2. On prendra ici $\lambda = 0,1733$.

Le jour de ses trois ans, un enfant qui joue avec cette peluche depuis sa naissance décide, voyant qu'elle est encore en parfait état, de la donner à sa sœur qui vient de naître. Calculer la probabilité pour que sa sœur la garde sans dommage majeur au moins cinq années supplémentaires. Arrondir le résultat au dix-millième.

Exercice 2 (16 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

1. On considère les points A , B et C d'affixes respectives $a = 4 + 4i\sqrt{3}$, $b = 4 - 4i\sqrt{3}$ et $c = 8i$.
 - (a) Calculer le module et un argument du nombre a .
 - (b) Donner la forme exponentielle des nombres a et b .
 - (c) Montrer que les points A , B et C sont sur un même cercle de centre O dont on déterminera le rayon.
 - (d) Tracer le repère et compléter la figure avec les points définis tout au long de l'exercice.
2. On considère les points A' , B' et C' d'affixes respectives $a' = a e^{i\frac{\pi}{3}}$, $b' = b e^{i\frac{\pi}{3}}$ et $c' = c e^{i\frac{\pi}{3}}$.
 - (a) Montrer que $b' = 8$.
 - (b) Calculer le module et un argument du nombre a' .

Pour la suite on admet que $a' = -4 + 4i\sqrt{3}$ et $c' = -4\sqrt{3} + 4i$.

3. On admet que si M et N sont deux points du plan d'affixes respectives m et n alors le milieu I du segment $[MN]$ a pour affixe $\frac{m+n}{2}$ et la longueur MN est égale à $|n - m|$.
 - (a) On note r , s et t les affixes des milieux respectifs R , S et T des segments $[A'B]$, $[B'C]$ et $[C'A]$. Calculer r et s .
On admet que $t = 2 - 2\sqrt{3} + i(2 + 2\sqrt{3})$.
 - (b) Démontrer que le triangle RST est équilatéral.