

Devoir surveillé n°7 – mathématiques  
09/03/2016**Exercice 1 (4 points)**

On considère que la vie d'une peluche se termine lorsqu'elle subit un dommage majeur (déchirure, arrachage ...). On admet que la durée de vie en années d'une peluche, notée  $D$ , suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$ .

1. On sait que  $\mathbb{P}(D \leq 4) = 0,5$ . Interpréter ce résultat dans le contexte de cet exercice.  
Calculer la valeur exacte de  $\lambda$ .
2. On prendra ici  $\lambda = 0,1733$ .

Le jour de ses trois ans, un enfant qui joue avec cette peluche depuis sa naissance décide, voyant qu'elle est encore en parfait état, de la donner à sa sœur qui vient de naître. Calculer la probabilité pour que sa sœur la garde sans dommage majeur au moins cinq années supplémentaires. Arrondir le résultat au dix-millième.

**Exercice 2 (16 points)**

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .

1. On considère les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  d'affixes respectives  $a = 4 + 4i\sqrt{3}$ ,  $b = 4 - 4i\sqrt{3}$  et  $c = 8i$ .
  - (a) Calculer le module et un argument du nombre  $a$ .
  - (b) Donner la forme exponentielle des nombres  $a$  et  $b$ .
  - (c) Montrer que les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont sur un même cercle de centre  $O$  dont on déterminera le rayon.
  - (d) Tracer le repère et compléter la figure avec les points définis tout au long de l'exercice.
2. On considère les points  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$  d'affixes respectives  $a' = a e^{i\frac{\pi}{3}}$ ,  $b' = b e^{i\frac{\pi}{3}}$  et  $c' = c e^{i\frac{\pi}{3}}$ .
  - (a) Montrer que  $b' = 8$ .
  - (b) Calculer le module et un argument du nombre  $a'$ .

Pour la suite on admet que  $a' = -4 + 4i\sqrt{3}$  et  $c' = -4\sqrt{3} + 4i$ .

3. On admet que si  $M$  et  $N$  sont deux points du plan d'affixes respectives  $m$  et  $n$  alors le milieu  $I$  du segment  $[MN]$  a pour affixe  $\frac{m+n}{2}$  et la longueur  $MN$  est égale à  $|n - m|$ .
  - (a) On note  $r$ ,  $s$  et  $t$  les affixes des milieux respectifs  $R$ ,  $S$  et  $T$  des segments  $[A'B]$ ,  $[B'C]$  et  $[C'A]$ . Calculer  $r$  et  $s$ .  
On admet que  $t = 2 - 2\sqrt{3} + i(2 + 2\sqrt{3})$ .
  - (b) Démontrer que le triangle  $RST$  est équilatéral.