

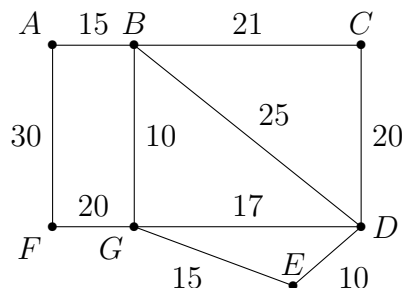
Exercice 1 (5 points - Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité)

Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes.

Partie A

Un cycliste désire visiter plusieurs villages notés A, B, C, D, E, F et G reliés entre eux par un réseau de pistes cyclables.

Le graphe ci-contre schématise son plan ; les arêtes représentent les pistes cyclables et les distances sont en kilomètre.



Pour faire son parcours, le cycliste décide qu'il procédera selon l'algorithme ci-dessous :

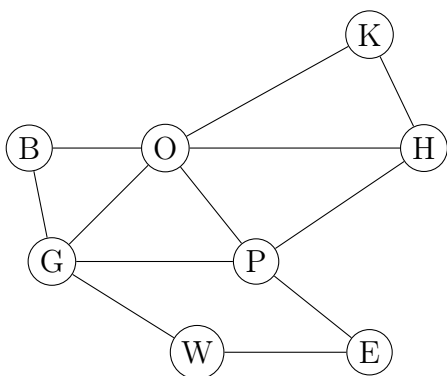
ligne 1	Marquer sur le plan tous les villages comme non « visités »
ligne 2	Choisir un village de départ
ligne 3	Visiter le village et le marquer « visité »
ligne 4	Rouler vers le village le plus proche
ligne 5	Tant que le village où il arrive n'est pas un village déjà visité
ligne 6	visiter le village et le marquer « visité »
ligne 7	rouler vers le village le plus proche sans revenir en arrière
ligne 8	Fin Tant que
ligne 9	afficher la liste des villages visités

1. Quelle propriété du graphe permet à la ligne 4 d'être toujours exécutable ?
2. En partant du village noté G, quelle sera la liste des villages visités ?
3. Existe-t-il un village de départ qui permette, en suivant cet algorithme, de visiter tous les villages ?
4. Le cycliste abandonne l'idée de suivre l'algorithme. Il souhaite maintenant, partant d'un village, y revenir après avoir emprunté toutes les pistes cyclables une et une seule fois. Cela sera-t-il possible ?

Partie B

On a schématisé ci-dessous une partie du plan du métro londonien par un graphe Γ dont les sommets sont les stations et les arêtes sont les lignes desservant ces stations.

Chaque station de métro est désignée par son initiale comme indiqué dans la légende.



Légende :

- B : Bond Street
- E : Embankment
- G : Green Park
- H : Holborn
- K : King's Cross St Pancras
- O : Oxford Circus
- P : Piccadilly Circus
- W : Westminster

1. (a) Déterminer en justifiant si le graphe Γ est connexe.
(b) Déterminer en justifiant si le graphe Γ est complet.
2. Déterminer, en justifiant, si le graphe Γ admet une chaîne eulérienne.
Si oui, donner une telle chaîne.