

Devoir surveillé n°5 – mathématiques
17/03/2017**Exercice 1 (5 points)**

Alors qu'une entreprise A possédait le monopole de l'accès à internet des particuliers, une entreprise concurrente B est autorisée à s'implanter. Lors de l'ouverture au public en 2010 des services du fournisseur d'accès B, l'entreprise A possède 90% du marché et l'entreprise B possède le reste du marché. Dans cet exercice, on suppose que chaque année, chaque internaute est client d'une seule entreprise A ou B.

On observe à partir de 2010 que chaque année, 15% des clients de l'entreprise A deviennent des clients de l'entreprise B, et 10% des clients de l'entreprise B deviennent des clients de l'entreprise A. Pour tout entier naturel n , on note a_n la probabilité qu'un internaute de ce pays, choisi au hasard, ait son accès à internet fourni par l'entreprise A pour l'année $2010 + n$, et b_n la probabilité pour que son fournisseur d'accès en $2010 + n$ soit l'entreprise B.

On note $P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ la matrice correspondant à l'état probabiliste de l'année $2010 + n$ et on a ainsi $a_0 = 0,9$ et $b_0 = 0,1$.

1. Représenter cette situation par un graphe probabiliste.
2. (a) Déterminer la matrice de transition M de ce graphe.
(b) Montrer qu'en 2013, l'état probabiliste est environ $(0,61 \quad 0,39)$.
(c) Déterminer l'état stable $P = \begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix}$ de la répartition des clients des entreprises A et B. Interpréter le résultat.

Devoir surveillé n°5 – mathématiques
17/03/2017**Exercice 1 (5 points)**

Alors qu'une entreprise A possédait le monopole de l'accès à internet des particuliers, une entreprise concurrente B est autorisée à s'implanter. Lors de l'ouverture au public en 2010 des services du fournisseur d'accès B, l'entreprise A possède 90% du marché et l'entreprise B possède le reste du marché. Dans cet exercice, on suppose que chaque année, chaque internaute est client d'une seule entreprise A ou B.

On observe à partir de 2010 que chaque année, 15% des clients de l'entreprise A deviennent des clients de l'entreprise B, et 10% des clients de l'entreprise B deviennent des clients de l'entreprise A. Pour tout entier naturel n , on note a_n la probabilité qu'un internaute de ce pays, choisi au hasard, ait son accès à internet fourni par l'entreprise A pour l'année $2010 + n$, et b_n la probabilité pour que son fournisseur d'accès en $2010 + n$ soit l'entreprise B.

On note $P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ la matrice correspondant à l'état probabiliste de l'année $2010 + n$ et on a ainsi $a_0 = 0,9$ et $b_0 = 0,1$.

1. Représenter cette situation par un graphe probabiliste.
2. (a) Déterminer la matrice de transition M de ce graphe.
(b) Montrer qu'en 2013, l'état probabiliste est environ $(0,61 \quad 0,39)$.
(c) Déterminer l'état stable $P = \begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix}$ de la répartition des clients des entreprises A et B. Interpréter le résultat.