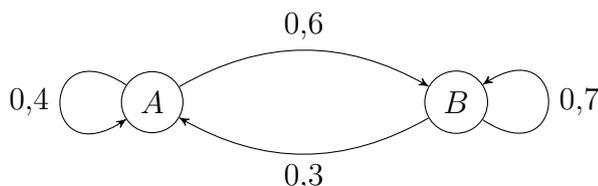


Exercice 1

Pour chacune des cinq affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse. Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte. Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

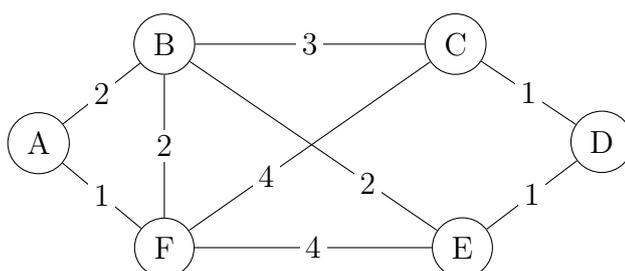
Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes

1. On donne le graphe probabiliste suivant :



Affirmation A : L'état stable associé à ce graphe est $\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$.

2. On donne le graphe pondéré G suivant :



Affirmation B : Il existe une chaîne passant une et une seule fois par toutes les arêtes de ce graphe.

Affirmation C : La plus courte chaîne entre les sommets A et D est une chaîne de poids 5.

3. On considère la matrice

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

On suppose que M est la matrice d'adjacence d'un graphe à quatre sommets A, B, C, D dans cet ordre.

Affirmation D : Il existe exactement 3 chaînes de longueur 4 reliant le sommet B au sommet D .

4. On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$.

Affirmation E : Il existe un nombre réel a pour lequel B est l'inverse de A .