

# Intégrale et dérivée



Soit  $f$  une fonction continue, positive et croissante sur  $\mathbb{R}$ . Soit la fonction  $F : x \mapsto \int_0^x f(t)dt$ .

Il est à remarquer que la variable est la borne supérieure de l'intégrale. Le but des questions suivantes est de démontrer que  $F$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et de déterminer sa dérivée. Soit  $a$  un réel fixé.

1. Rappeler comment démontrer qu'une fonction  $F$  est dérivable en un réel  $a$ .
2. Soit  $h$  un réel strictement positif.
  - (a) Tracer dans un repère une courbe  $\mathcal{C}_f$  correspondant aux données du problème puis donner une interprétation graphique de la différence  $F(a+h) - F(a)$ .
  - (b) Encadrer alors  $F(a+h) - F(a)$  par deux aires de rectangles.
  - (c) Obtenir alors un encadrement de  $\frac{F(a+h) - F(a)}{h}$ .
  - (d) Terminer le raisonnement, et préciser la dérivée de  $F$  obtenue.
  - (e) Bonus : qu'est-ce qui change dans le raisonnement si l'on prend  $h < 0$ ?

# Intégrale et dérivée



Soit  $f$  une fonction continue, positive et croissante sur  $\mathbb{R}$ . Soit la fonction  $F : x \mapsto \int_0^x f(t)dt$ .

Il est à remarquer que la variable est la borne supérieure de l'intégrale. Le but des questions suivantes est de démontrer que  $F$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et de déterminer sa dérivée. Soit  $a$  un réel fixé.

1. Rappeler comment démontrer qu'une fonction  $F$  est dérivable en un réel  $a$ .
2. Soit  $h$  un réel strictement positif.
  - (a) Tracer dans un repère une courbe  $\mathcal{C}_f$  correspondant aux données du problème puis donner une interprétation graphique de la différence  $F(a+h) - F(a)$ .
  - (b) Encadrer alors  $F(a+h) - F(a)$  par deux aires de rectangles.
  - (c) Obtenir alors un encadrement de  $\frac{F(a+h) - F(a)}{h}$ .
  - (d) Terminer le raisonnement, et préciser la dérivée de  $F$  obtenue.
  - (e) Bonus : qu'est-ce qui change dans le raisonnement si l'on prend  $h < 0$ ?