

Devoir maison n°14 – mathématiques
Donné le 07/03/2017 – à rendre le 14/03/2017

Exercice 1

Soit A , B , C et D les points d'affixes respectives :

$$a = 8 \quad ; \quad b = 8i \quad ; \quad c = a e^{-i\frac{\pi}{3}} \quad ; \quad d = b e^{2i\frac{\pi}{3}}$$

1. Déterminer les formes algébriques des complexes c et d .
2. Montrer que A , B , C et D sont sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.
3. On note z_1 , z_2 , z_3 et z_4 les affixes respectives des vecteurs \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{BD} , \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{DC} .
 - (a) Montrer que $z_2 = z_1\sqrt{3}$.
 - (b) Calculer $|z_3|$ et $|z_4|$.
 - (c) Montrer alors que $ABDC$ est un trapèze isocèle.

Exercice 2 (Énigme)

On fixe un entier $n \geq 2$ et on considère des nombres a_1, \dots, a_n tels que, pour tout entier i compris entre 1 et n ,

$$-\frac{1}{2} \leq a_i \leq \frac{1}{2}$$

On suppose que si l'on retire n'importe lequel de ces nombres, la somme des $n - 1$ autres est toujours un nombre entier relatif.

1. Si n est pair, montrer que $a_1 = a_2 = \dots = a_n$.
2. Si n est impair, a-t-on toujours $a_1 = a_2 = \dots = a_n$?

Toute trace de recherche pertinente sera comptée.