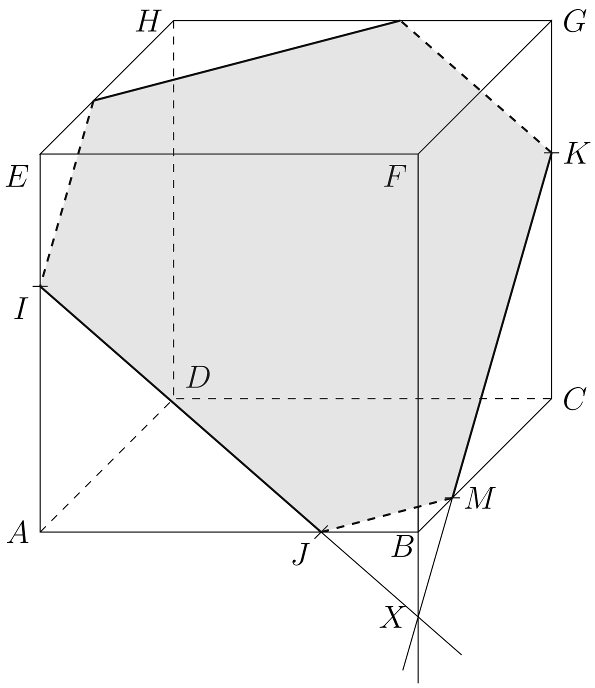
Devoir maison n°15 – mathématiques
Correction

Exercice 1

1. Dans le plan (ABF), les droites (IJ) et (BF) sont sécantes en un point X.
   Or $(BF) \subset (BCG)$, donc l'intersection entre (IJ) et (BCG) est le point X.
2. L'intersection entre (IJ) et (BCG) appartient à la fois à (IJK) et à (BCG).
   Le point K appartient également à la fois à (IJK) et à (BCG).
   Alors l'intersection entre (IJK) et (BCG) est la droite (XK).
3. Par définition, J appartient à (IJK) et à (ABC).
   Par construction, M appartient à (IJK) et à (ABC).
   Alors l'intersection entre (IJK) et la face $ABCD$ est le segment $[JM]$.
4. $ABFE$ est un carré, donc $(AB)//(EF)$. De même, $BCGF$ est un carré, donc $(BC)//(FG)$.
   Or (AB) et (BC) sont sécantes et déterminent le plan (ABC), et (EF) et (FG) sont sécantes et déterminent le plan (EFG). Donc les plans (ABC) et (EFG) sont parallèles.
5. Nous avons déjà déterminé trois sections. Il y en a trois autres, qui peuvent être tracées en faisant les parallèles des sections obtenues sur les faces parallèles, passant par les points déjà présents (en commençant par I ou K).
6. La figure est la suivante :



Exercice 2 (Correction partielle)

En calculant les termes de la suite, on obtient : $u_0 = 0$, $u_1 = \dfrac{1}{2}$, $u_2 = \dfrac{2}{3}$, $u_3 = \dfrac{3}{4}$.
On fait alors la conjecture que quelque soit $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \dfrac{n}{n+1}$.
On démontre cela par récurrence.
Pour l'étape de récurrence on a (en utilisant l'hypothèse de récurrence) :

$$u_{n+1} = \frac{1}{2 - \dfrac{n}{n+1}} = \frac{1}{\dfrac{2n+2-n}{n+1}} = \frac{n+1}{n+2}$$