

Devoir surveillé n°2 – mathématiques
18/10/2016**Exercice 1 (7 points)**

Dans un magasin il y a deux sortes de cadenas. 80% des cadenas sont premier prix, les autres étant haut de gamme. 3% des cadenas haut de gamme sont défectueux. 7% des cadenas sont défectueux. On prélève au hasard un cadenas dans le magasin. On note :

p la probabilité qu'un cadenas premier prix soit défectueux.

H l'événement « le cadenas prélevé est haut de gamme ».

D l'événement « le cadenas prélevé est défectueux ».

- Traduire les données numériques de l'énoncé sous forme de probabilités.
- (a) Exprimer en fonction de p la probabilité $\mathbb{P}(D)$. On pourra utiliser un arbre de probabilités.
(b) En déduire la valeur de p .
- Le cadenas prélevé est défectueux.
Déterminer la probabilité que ce soit un cadenas haut de gamme.
- 40% des cadenas sont de couleur bleue. On note B l'événement « le cadenas est bleu ».
On suppose que les événements H et B sont indépendants.
(a) Exprimer par une phrase l'événement $B \cap \overline{H}$.
(b) Déterminer la probabilité $\mathbb{P}(B \cap \overline{H})$.

Exercice 2 (13 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (x^2 - 3x + 1)e^x - 1$.

- Justifier que $f(-1) = \frac{5 - e}{e}$.
- Calculer la dérivée f' de f et vérifier que $f'(x) = e^x(x^2 - x - 2)$.
- Déterminer alors les variations de f sur \mathbb{R} .
- (a) Démontrer qu'il existe une unique solution α de l'équation $f(x) = 0$ sur $[-3; -2]$.
(b) Donner un encadrement de α à 10^{-3} près.
(c) On admet qu'il existe une solution β de l'équation $f(x) = 0$ sur $[2; 3]$.
Trouver la troisième et dernière solution, évidente, de l'équation $f(x) = 0$ sur \mathbb{R} .
(Ne pas chercher à résoudre!)
- Déduire des questions précédentes le tableau de signes de la fonction f sur \mathbb{R} .
- Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0.