Chapitre :
Géométrie dans l'espace

∽

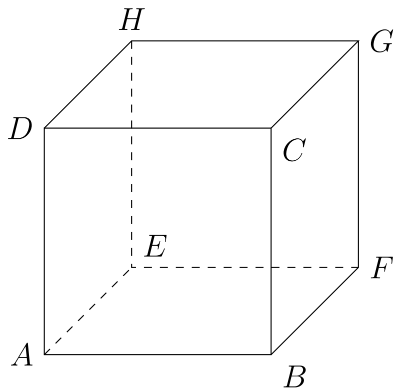
⊛ **Activité :** 2p166 (rappels de volumes)

▶ **Exercices :** 6,7,8,9,10p172 (volumes et aires)

I. Perspective cavalière, patrons

L'idée essentielle de la perspective cavalière est la conservation du parallélisme.
Dans une représentation en perspective cavalière :

- Seuls les plans de face sont représentés en vraie grandeur ;
- Le plan perpendiculaire au plan de face est représenté de manière oblique (afin de le rendre visible !)
- Les arêtes visibles sont pleines, les arêtes cachées sont en pointillés ;
- Pour le reste :
  - ⋆ Les droites parallèles restent parallèles (les droites sécantes restent donc sécantes) ;
  - ⋆ Les droites sont représentées par des droites, les points alignés restent donc alignés ;
  - ⋆ Deux vecteurs égaux sont représentés par deux vecteurs égaux ;
  - ⋆ Les milieux des segments sont représentés par les milieux des segments représentés ;



▶ **Exercices :** 33,34,35p179 (perspective)

Construction de solides (patrons) : voir Ap170

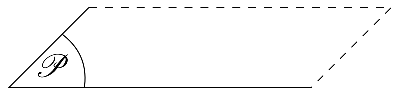
▶ **Exercices :** 1,2,3p170 (dont l'un en DM)

II. Détermination d'un plan

Propriété Soit A, B et C trois points distincts de l'espace **non alignés**. Alors il existe un unique plan contenant ces trois points A, B et C. On dit que trois points non alignés déterminent un plan.

On peut noter ce plan (ABC) par analogie avec les droites.

⚠ Par analogie avec les droites, un plan n'est pas limité. Il est en général représenté par un quadrilatère, ou par deux demi-droites, mais le plan va bien au delà.



Propriété Il y a deux autres manières de déterminer un plan :

- Soit (d) une droite et P un point n'appartenant pas à (d). Alors il existe un unique plan contenant (d) et P.
- Soit (d_1) et (d_2) deux droites sécantes. Alors il existe un unique plan contenant (d_1) et (d_2).

Propriété Soit $\mathscr{P}$ un plan et A et B deux points de $\mathscr{P}$. Alors la droite (AB) est contenue dans le plan $\mathscr{P}$.

III. Parallélisme

Définition On dit que deux droites sont **coplanaires** si elles sont incluses dans un même plan.

Méthode Pour démontrer que deux droites sont coplanaires, on détermine donc le plan qui le contient toutes les deux.

Exemple Les droites (AB) et (AC) sont sécantes en A, donc elles déterminent un plan : le plan (ABC). Par conséquent (AB) et (AC) sont coplanaires.

⊛ **Activité :** 1p167 (introduction du parallélisme dans l'espace)

Définition On dit que deux droites de l'espace sont **parallèles** si elles sont coplanaires et si elles sont parallèles dans le plan qui le contient.

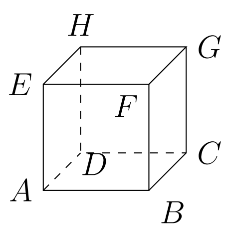
Propriété Deux droites parallèles distinctes déterminent un plan.

Remarque Dans l'espace, deux droites peuvent ne pas être sécantes tout en n'étant pas parallèles.

Exemple

Dans ce cube $ABCDEFGH$, chaque face étant incluse dans un plan on a par exemple :

- (AB) et (DC) sont parallèles (car elles sont dans le plan (ABC) et elles sont parallèles dans ce plan) ;
- (AB) et (CG) ne sont ni sécantes ni parallèles.



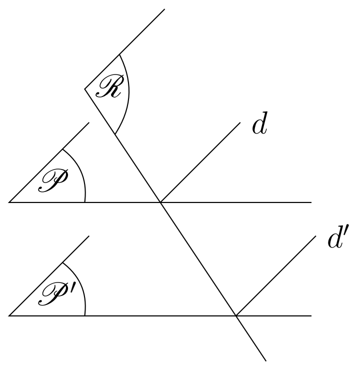
Définition Considérons deux plans.
On dit qu'ils sont sécants s'ils sont distincts et qu'ils se coupent. Leur intersection est alors une droite.
On dit qu'ils sont parallèles s'ils ne sont pas sécants, autrement dit s'il n'ont pas de point commun ou s'ils sont confondus.

Définition Considérons une droite et un plan.
On dit qu'ils sont sécants s'ils ont un seul point en commun.
On dit qu'ils sont parallèles si ils ne sont pas sécants, autrement dit s'ils n'ont pas de point commun ou si la droite est entièrement contenue dans le plan.

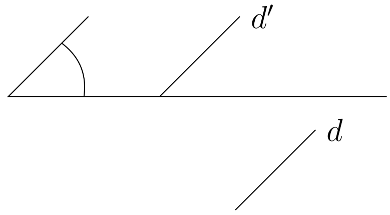
Propriété

- Deux droites parallèles à une même troisième sont parallèles.
- Deux plans parallèles à un même troisième sont parallèles.

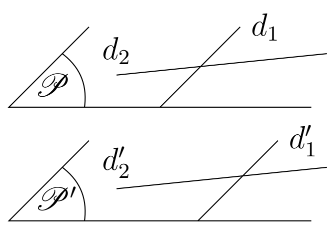
Propriété Soit $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}'$ deux plans parallèles. Tout plan $\mathscr{R}$ qui coupe $\mathscr{P}$ coupe aussi $\mathscr{P}'$ et les droites d'intersection d et d' sont parallèles.



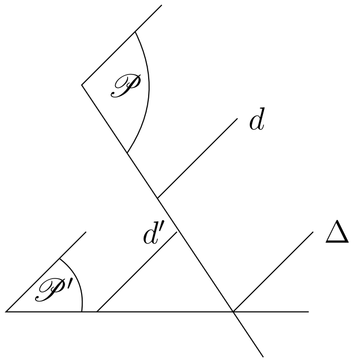
Propriété Soit d et d' deux droites parallèles. Alors tout plan contenant d' est parallèle à d.



Propriété Si deux droites sécantes formant le plan $\mathscr{P}$ sont parallèles à deux droites sécantes formant le plan $\mathscr{P}'$, alors $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}'$ sont parallèles.



Propriété Soit d et d' deux droites parallèles. Soit P un plan contenant d' et P' un plan contenant d. Si P et P' sont sécants, alors leur droite d'intersection Δ est parallèle à d et à d'.



▶ **Exercices :** 11,12p173

▶ **Exercices :** 14,15,16p174 (les faces d'un cube sont des carrés, seule propriété acceptée)

▶ **Exercices :** 17,18,19,20p175

▶ **Exercices :** 41 (vrai/faux), 52 (section), 48 (intersection de plans) p180

▶ **Exercice :** (en DM) une section d'un cube par un plan.

★ **Approfondissement :** 53, 54p181 (intersection entre droites et plans)