

Chapitre :

Trigonométrie



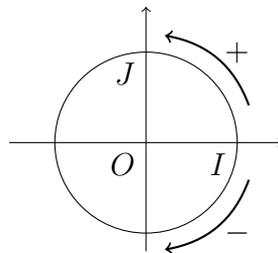
I. Cercle trigonométrique

On se place dans un repère orthonormé (O, I, J) .

Définition Le cercle trigonométrique est le cercle de centre O et de rayon 1.

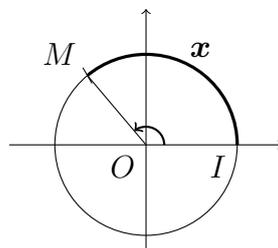
On oriente le déplacement le long de ce cercle de la manière suivante :

- Le sens positif ou **direct** correspond au sens inverse des aiguilles d'une montre.
- Le sens négatif ou **indirect** correspond au sens des aiguilles d'une montre.



Définition Soit M un point du cercle trigonométrique. On peut associer à M le nombre x qui correspond à la longueur de l'arc \widehat{IM} , ou, en considérant que l'on peut faire un nombre quelconque de tours (directs ou indirects) de longueur 2π sur le cercle pour retrouver le point M , tout nombre de la forme $x' = x + 2k\pi$, avec $k \in \mathbb{Z}$.

Cette correspondance peut se faire dans l'autre sens : on associe à tout nombre réel x un point M du cercle trigonométrique tel que se déplacer sur le cercle trigonométrique d'une longueur x à partir de I permet d'arriver au point M .



Propriété Le nombre x (s'il est positif) et la mesure en degrés de l'angle \widehat{IOM} sont proportionnels :

$$\widehat{IOM} = \frac{180x}{\pi}$$

► Exercices : 1p252 (après lecture de l'exercice résolu)

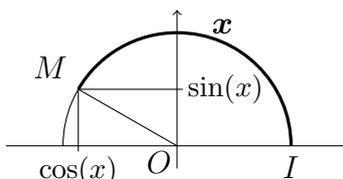
► Exercices : 10,12,13,15,16,17p255

II. Cosinus et sinus d'un nombre réel

Jusqu'à présent on ne connaît que le cosinus et le sinus d'un angle en degrés compris entre 0° et 90° . On va définir le cosinus et le sinus de n'importe quel nombre.

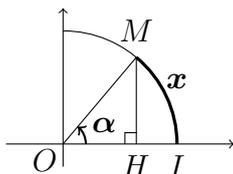
Soit donc x un réel et M le point du cercle trigonométrique qui lui est associé.

Définition On note $\cos(x)$ l'abscisse de M et $\sin(x)$ l'ordonnée de M .



Remarque Pour faire le lien avec les angles aigus, considérons un angle aigu α quelconque.

Soit M le point du cercle tel que $\widehat{IOM} = \alpha$. À ce point correspond un réel x d'après la section précédente. Notons H le point de (OI) ayant pour abscisse celle du point M .



On sait alors que $\cos(\alpha) = \frac{OH}{OM} = OH$ (car $OM = 1$ est le rayon du cercle trigonométrique).

Autrement dit $\cos(\alpha)$ est l'abscisse de M . C'est la définition que nous avons donnée à $\cos(x)$.

On peut faire de même avec le sinus.

Remarque x n'est pas égal à α . L'angle α a une unité (le degré), le nombre x est un réel qui lui correspond, avec la formule donnée à la section précédente.

Propriété Valeurs de cosinus et sinus à connaître :

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0

On peut donc comprendre que $\cos(60^\circ) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

► Exercices : 4,5p253

► Exercices : 18p255, 19,20p255

Propriété Soit x un nombre réel. On a les propriétés suivantes :

$$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1 \quad -1 \leq \cos(x) \leq 1 \quad -1 \leq \sin(x) \leq 1$$

► Exercices : 22,25,31,32p256

► Exercices : 27,28p256