LYCÉE ALFRED KASTLER **TES spé**
2017–2018

Devoir surveillé n°4 – mathématiques
Correction

Exercice 1

1. Le graphe possède 9 sommets, il est donc d'ordre 9.

   Deux sommets quelconques sont toujours reliés entre eux par une chaîne, le graphe est donc connexe.

   Les sommets H et G ne sont pas adjacents. Le graphe n'est pas complet.

2. Le graphe possède plus de deux sommets (six sommets) de degré impair donc il ne possède pas de chaîne eulérienne. Sarah ne pourra pas emprunter toutes les routes une et une seule fois.

3. (a) La partie manquante de la matrice M d'adjacence est :

$$= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

   (b) Le nombre de chemins de longueur 4 permettant d'aller de B à D est $M^4_{(1,2)} = 3$.
   Il s'agit des chemins : B – R – H – M – D, B – V – L – M – D et B – V – J – M – D.

4. À l'aide de l'algorithme de Dijkstra on obtient le tableau suivant :

B	D	G	H	J	L	M	R	V
0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
|	∞	∞	∞	∞	∞	∞	50(B)	220(B)
|	∞	150(R)	272(R)	∞	∞	∞	|	220(B)
|	∞	|	272(R)	∞	291(G)	∞	|	~~320(G)~~ 220(B)
|	∞	|	272(R)	412(V)	~~342(V)~~ 291(G)	670(V)	|	|
|	∞	|	|	412(V)	291(G)	567(H)	|	|
|	∞	|	|	~~511(L)~~ 412(V)	|	~~607(L)~~ 567(H)	|	|
|	∞	|	|	|	|	~~832(J)~~ 567(H)	|	|
|	617(M)	|	|	|	|	|	|	|

   Le plus court chemin permettant d'aller de B à D est le chemin

$$\mathrm{B} \xrightarrow{50} \mathrm{R} \xrightarrow{222} \mathrm{H} \xrightarrow{295} \mathrm{M} \xrightarrow{50} \mathrm{D}$$

   Il faut parcourir 617 km.