

Devoir surveillé n°5 – mathématiques  
23/02/2018**Exercice 1 (5 points – Amérique du Sud, 23 novembre 2017)**

Pour les déplacements entre les principales villes d'une région, les habitants peuvent acquérir soit la carte d'abonnement bus (PassBus), soit la carte d'abonnement train (PassTrain), toutes les deux étant valables un an.

Une étude récente montre que le nombre global d'abonnements reste constant dans le temps et que, chaque année, la répartition des abonnements évolue de la manière suivante :

- 10 % des abonnements PassBus sont remplacés par des abonnements PassTrain ;
- 15 % des abonnements PassTrain sont remplacés par des abonnements PassBus.

1. Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets B et T où le sommet B représente l'état « abonné PassBus » et T l'état « abonné PassTrain ».
2. Déterminer la matrice de transition de ce graphe en respectant l'ordre B, T des sommets.
3. En 2016, les abonnements PassBus représentaient 25 % de l'ensemble des abonnements, tandis que les abonnements PassTrain en représentaient 75 %.

Quelle sera la part, en 2019, des abonnements PassBus dans l'ensemble des abonnements ?

Donner le résultat en pourcentage arrondi à 0,1 %.

4. Déterminer l'état stable du graphe probabiliste et interpréter le résultat obtenu dans le contexte de l'exercice.

**Exercice 2 (5 points – Antilles-Guyane, 16 juin 2017)**

Dans un centre de vacances, les vacanciers peuvent, chaque jour, déjeuner au restaurant du centre ou à l'extérieur. On constate chaque jour que :

- 5 % des vacanciers ayant déjeuné au centre de vacances ne se réinscrivent pas pour le lendemain ;
- 20 % des vacanciers ayant déjeuné à l'extérieur s'inscrivent pour déjeuner au centre de vacances le lendemain.

On note  $D$  l'état « Déjeuner au centre de vacances » et  $E$  l'évènement « Déjeuner à l'extérieur ».

1. Construire un graphe modélisant cette situation.
2. Écrire la matrice de transition de ce graphe, les sommets étant rangés selon l'ordre alphabétique.
3. Le premier jour, le quart des vacanciers a déjeuné au centre de vacances. Quel pourcentage de vacanciers déjeunera au centre de vacances le deuxième jour ? Le cinquième jour ?
4. L'état  $(0,5 \quad 0,5)$  est-il stable ?
5. Peut-on affirmer qu'à terme, si les comportements des vacanciers restent les mêmes, 75 % des vacanciers prendront leur déjeuner au centre ?