

Algorithmique et suites



Nous utilisons deux manières de définir une suite :

- par une formule explicite (u_n en fonction de n) ;
- par récurrence (u_{n+1} en fonction de u_n et éventuellement de n).

Il y a également deux types d'algorithmes qui peuvent nous intéresser sur les suites :

- Calculer et afficher le terme (ou tous les termes jusqu'à) un rang N donné ;
- Déterminer le plus petit rang à partir duquel $u_n > A$ (resp. $u_n < A$) pour un réel A donné.

Cela fait donc quatre algorithmes types utiles à connaître, dont nous donnons des exemples ici.

Exercice 1 (termes - cas explicite)

Variables :

u, i, N

Traitement :

Saisir N

Pour i allant de 1 à N Faire

u prend la valeur $i^2 - 4 \times i$

 Afficher u

Fin Pour

1. Quelle est la suite dont on calcule les termes ?
2. Traduire l'algorithme dans la calculatrice.
3. Donner les quatre premiers termes.

Exercice 2 (termes - cas récurrent)

Variables :

u, i, N

Traitement :

Saisir N

u prend la valeur 4

Pour i allant de 0 à $N - 1$ Faire

u prend la valeur $2 \times u + i$

Fin Pour

Afficher u

1. De quelle suite calcule-t-on les termes ?
2. Traduire l'algorithme dans la calculatrice.
3. Donner u_8 .

Exercice 3 (Rang - cas explicite)

Variables :

u, n, A

Traitement :

Saisir A

n prend la valeur 1

u prend la valeur $1/n$

Tant que $u \geq A$ Faire

n prend la valeur $n + 1$

u prend la valeur $1/n$

Fin Tant que

Afficher n

1. Quelle est la suite traitée ici ?
2. Que détermine l'algorithme ?
3. Traduire l'algorithme dans la calculatrice l'appliquer pour $A = 10^{-3}$.

Exercice 4 (Rang - cas récurrent)

Variables :

u, n, A

Traitement :

Saisir A

n prend la valeur 0

u prend la valeur 4

Tant que $u \leq A$ Faire

u prend la valeur $2 \times u - n$

n prend la valeur $n + 1$

Fin Tant que

Afficher n

Mêmes questions que l'exercice précédent mais avec $A = 10\ 000$.

Bonus : quelle est la suite étudiée si l'on échange les deux lignes dans le « Tant que » ?

Exercice 5

Pour la suite u définie par : $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n - 2n \end{cases}$, à l'aide d'algorithmes calculer u_5 , puis déterminer le rang à partir duquel $u_n < -1\ 000$.