Logarithme

Exercice 1

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 2$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}^\star$, par : $u_{n+1} = 1 + \ln u_n$.

1. À l'aide de la calculatrice, conjecturer si la suite est monotone, majorée ou minorée.
2. Démontrer par récurrence ces conjectures.
3. En déduire que la suite (u_n) est convergente.

Exercice 2

Soit f une fonction dérivable sur $]0;+\infty[$. Voici une proposition : « Si $f(x) = \ln x$, alors $f'(x) = \dfrac{1}{x}$ ».

1. Cette proposition est-elle vraie ?
2. (a) Énoncer la réciproque de cette proposition.
   (b) Cette proposition réciproque est-elle vraie ?

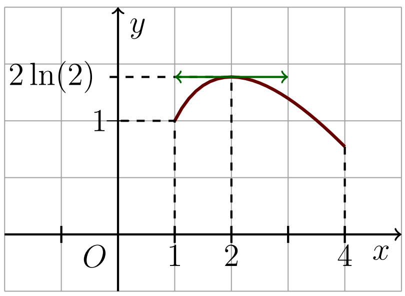
Exercice 3

Soit $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction ln.

1. Montrer que la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse e passe par l'origine du repère.
2. Montrer que la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 1 coupe l'axe des ordonnées en -1.

Exercice 4

f est une fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x) = ax + b + c\ln x$, où a, b et c sont des réels.
On donne ci-dessous la représentation graphique de f sur l'intervalle $[1;4]$.



1. À l'aide des propriétés de la courbe, montrer que :

$$a + b = 1,\ 2a + c = 0 \text{ et } a + c\ln 2 = 2\ln 2 - 1$$

2. En déduire les valeurs et a, b et c et l'expression de $f(x)$.
3. Étudier alors le sens de variation de la fonction f obtenue et le comparer avec celui obtenu par lecture graphique.