Devoir maison n°01 – mathématiques
Correction

Exercice 1

1. Quelque soit $n \geqslant 0$, on a $a_{n+1} = a_n \times 1{,}02$ (augmentation de 2%).
   Ainsi a est une suite géométrique de raison $q = 1{,}02$ et de premier terme $a_0 = 100$.
   Par conséquent, quelque soit $n \geqslant 0$, $a_n = a_0 \times q^n = 100 \times 1{,}02^n$.
2. On a $S_n = \displaystyle\sum_{i=0}^{n} a_i$.
3. S_n est la somme des $n+1$ premiers termes de la suite géométrique a. On connaît alors la formule : $S_n = a_0 \times \dfrac{q^{n+1}-1}{q-1} = 100 \times \dfrac{1{,}02^{n+1}-1}{1{,}02-1} = \cdots = 5\ 000 \times (1{,}02^{n+1} - 1)$.
4. (a) n est l'âge d'Alban, a est la somme versée et S est le montant disponible sur le compte. L'algorithme complet est le suivant :

```
Variables :
    n : entier ; a, S : réels
Traitement :
    n prend la valeur 0
    a prend la valeur 100
    S prend la valeur a
    Tant que S < 1 999 Faire
      | n prend la valeur n + 1
      | a prend la valeur a × 1,02
      | S prend la valeur S + a
    FinTant
Sortie :
    Afficher n
```

   (b) L'algorithme simplifié est le suivant :

```
Variables :
    n : entier ; S : réel
Traitement :
    n prend la valeur 0
    S prend la valeur 100
    Tant que S < 1 999 Faire
      | n prend la valeur n + 1
      | S prend la valeur 5 000 × (1,02^(n+1) − 1)
    FinTant
Sortie :
    Afficher n
```

   (c) D'après la machine, c'est à partir de 16 ans que Alban pourra s'offrir la guitare.

Exercice 2

1. On a : $u_{n+1} = 2(n+1)^2 - (n+1) - 2 = \cdots = 2n^2 + 3n - 1$ et $u_n + 1 = (2n^2 - n - 2) + 1 = 2n^2 - n - 1$.
2. On résout : $u_{n+1} = u_n + 1 \Leftrightarrow 2n^2 + 3n - 1 = 2n^2 - n - 1 \Leftrightarrow 3n = -n \Leftrightarrow 4n = 0 \Leftrightarrow n = 0$.
   Il existe donc bien un entier n tel que $u_{n+1} = u_n + 1$: l'entier $n = 0$.
3. La formule à entrer est « =2*A3^2-A3-2 ».