LYCÉE ALFRED KASTLER **TS**

2017–2018

Devoir maison n°03 – mathématiques
Donné le 27/09/2017 – à rendre le 04/10/2017

Exercice 1

On considère la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par : $f(x) = 7 - \dfrac{2}{x+3}$.

1. Démontrer que f est croissante sur $[0;+\infty[$.
2. Résoudre l'équation $f(x) = x$ sur $[0;+\infty[$. On notera α la solution.
   On donnera la valeur exacte de α puis une valeur approchée à 10^{-2} près.
3. On considère la suite u définie par $u_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = f(u_n)$.
   (a) Tracer la courbe de f et la droite d'équation $y = x$ sur $[0;8]$.
   (b) Dans un repère dont l'unité en abscisse mesure le double de l'unité en ordonnée, placer les points M_0, M_1 et M_2 d'ordonnée nulle et d'abscisses respectives u_0, u_1 et u_2.
   Aide : Voir la fiche RepresentationSuiteRecurrente sur le groupe de travail de PLACE.
   (c) Quelles conjectures peut-on faire sur le sens de variation et la convergence de u ?
4. Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant \alpha$ où α est le réel défini à la question 2.
5. Que peut-on déduire de la question précédente ?

LYCÉE ALFRED KASTLER **TS**

2017–2018

Devoir maison n°03 – mathématiques
Donné le 27/09/2017 – à rendre le 04/10/2017

Exercice 1

On considère la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par : $f(x) = 7 - \dfrac{2}{x+3}$.

1. Démontrer que f est croissante sur $[0;+\infty[$.
2. Résoudre l'équation $f(x) = x$ sur $[0;+\infty[$. On notera α la solution.
   On donnera la valeur exacte de α puis une valeur approchée à 10^{-2} près.
3. On considère la suite u définie par $u_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = f(u_n)$.
   (a) Tracer la courbe de f et la droite d'équation $y = x$ sur $[0;8]$.
   (b) Dans un repère dont l'unité en abscisse mesure le double de l'unité en ordonnée, placer les points M_0, M_1 et M_2 d'ordonnée nulle et d'abscisses respectives u_0, u_1 et u_2.
   Aide : Voir la fiche RepresentationSuiteRecurrente sur le groupe de travail de PLACE.
   (c) Quelles conjectures peut-on faire sur le sens de variation et la convergence de u ?
4. Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant \alpha$ où α est le réel défini à la question 2.
5. Que peut-on déduire de la question précédente ?