

Devoir maison n°11 – mathématiques
Donné le 17/01/2018 – à rendre le 24/01/2018

Exercice 1

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{4 - x^2}{x^2 + 2}$.

Soit g la fonction définie sur \mathbb{R}^* par $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$.

Déterminer les limites de la fonction g aux bornes de son ensemble de définition.

En déduire la présence éventuelle d'asymptotes à la courbe représentative de g .

Exercice 2

À l'instant $t = 0$, un corps dont la température est de 100°C est placé dans une salle à 20°C .

On désigne par $\theta(t)$ la température du corps à l'instant t (t exprimé en heures).

D'après la loi de refroidissement de Newton, $\theta(t) = C e^{-2,08t} + 20$, où C est une constante réelle.

On définit ainsi une fonction θ (theta) sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

1. Montrer que $\theta'(t) = -2,08(\theta(t) - 20)$.

Ainsi, la vitesse de refroidissement $\theta'(t)$ est proportionnelle à la différence entre la température du corps et celle de la salle.

Le réel $-2,08$ est le coefficient de refroidissement.

2. (a) Calculer la constante C .
(b) En déduire l'expression de $\theta(t)$.
3. (a) Étudier le sens de variation de la fonction θ sur $[0; +\infty[$.
(b) Déterminer la limite de θ en $+\infty$.
(c) Tracer (à la main) la courbe représentative de θ .
4. Déterminer la température du corps, arrondie au degré près, au bout de 20 minutes, puis au bout de 30 minutes.
5. Déterminer graphiquement une valeur approchée du temps au bout duquel la température tombera à 30°C .