LYCÉE ALFRED KASTLER **TS**
2017–2018

Devoir maison n°12 – mathématiques
Donné le 31/01/2018 – à rendre le 07/02/2018

Exercice 1
Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = (2 - \ln x)\ln x$.
On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f.

1. Étudier les variations de f.
2. Déterminer une équation de la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse e^2.
3. Déterminer les points d'intersection de $\mathcal{C}$ avec l'axe des abscisses.

Exercice 2
On appelle f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{e^x}{1+e^x}$.
On appelle $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal.

1. (a) Déterminer la limite de f en $-\infty$.
   (b) Déterminer la limite de f en $+\infty$.
   (c) En déduire les asymptotes de $\mathcal{C}$.
2. Déterminer les variations de la fonction f.
3. (a) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}$ au point $K\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$.
   (b) Justifier que pour étudier la position de la tangente T par rapport à la courbe $\mathcal{C}$ il suffit d'étudier sur $\mathbb{R}$ le signe de $g(x)$ où $g(x) = 2e^x - xe^x - 2 - x$.
   (c) Calculer $g'(x)$ et $g''(x)$ (g'' est la dérivée de g', soit la dérivée seconde de g).
   (d) Déterminer, en justifiant, les signes de $g''(x)$, $g'(x)$ puis de $g(x)$ suivant les valeurs de x.
   (e) En déduire la position de la tangente T par rapport à la courbe $\mathcal{C}$.