LYCÉE ALFRED KASTLER **TS**
2017–2018

Devoir maison n°13 – mathématiques
Donné le 07/01/2018 – à rendre le 14/02/2018

Exercice 1
Soit f la fonction définie sur $\mathcal{D} =]0;\mathrm{e}[\cup]\,\mathrm{e};3\,\mathrm{e}]$ par $f(x) = \dfrac{2x+1}{\ln(x)-1}$.

1. Justifier que f est bien définie sur $\mathcal{D}$.
2. Déterminer les limites de f en 0, en e (à gauche et à droite), et calculer l'image de $3\,\mathrm{e}$ par f. En déduire la présence éventuelle d'asymptotes.
3. Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x)$ peut s'écrire sous la forme $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x(\ln(x)-1)^2}$, où g est la fonction définie par $g(x) = 2x\ln(x) - 4x - 1$.
4. Déterminer la limite de g en 0, et donner une valeur approchée de $g(3\,\mathrm{e})$ à 10^-2 près.
5. Calculer $g'(x)$ et en étudier le signe sur $]0;3\,\mathrm{e}]$.
6. En déduire les variations de g (les résumer dans la tableau).
7. Démonter que g ne s'annule qu'une fois sur $]0;3\,\mathrm{e}]$ en un réel α dont on donnera une valeur approchée à 10^{-2} près.
8. En déduire le signe de g en fonction de x puis les variations de f sur $\mathcal{D}$.
On donnera des valeurs approchées des images à 10^{-2} près.

LYCÉE ALFRED KASTLER **TS**
2017–2018

Devoir maison n°13 – mathématiques
Donné le 07/01/2018 – à rendre le 14/02/2018

Exercice 1
Soit f la fonction définie sur $\mathcal{D} =]0;\mathrm{e}[\cup]\,\mathrm{e};3\,\mathrm{e}]$ par $f(x) = \dfrac{2x+1}{\ln(x)-1}$.

1. Justifier que f est bien définie sur $\mathcal{D}$.
2. Déterminer les limites de f en 0, en e (à gauche et à droite), et calculer l'image de $3\,\mathrm{e}$ par f. En déduire la présence éventuelle d'asymptotes.
3. Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x)$ peut s'écrire sous la forme $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x(\ln(x)-1)^2}$, où g est la fonction définie par $g(x) = 2x\ln(x) - 4x - 1$.
4. Déterminer la limite de g en 0, et donner une valeur approchée de $g(3\,\mathrm{e})$ à 10^-2 près.
5. Calculer $g'(x)$ et en étudier le signe sur $]0;3\,\mathrm{e}]$.
6. En déduire les variations de g (les résumer dans la tableau).
7. Démonter que g ne s'annule qu'une fois sur $]0;3\,\mathrm{e}]$ en un réel α dont on donnera une valeur approchée à 10^{-2} près.
8. En déduire le signe de g en fonction de x puis les variations de f sur $\mathcal{D}$.
On donnera des valeurs approchées des images à 10^{-2} près.