

Devoir maison n°14 – mathématiques  
Correction**Exercice 1**

On a :  $\ln x + \ln y = 3 \ln 5 \Leftrightarrow \ln(xy) = \ln(5^3) \Leftrightarrow xy = 5^3$ .

Alors :

$$\begin{aligned} \begin{cases} x + y = 30 \\ \ln x + \ln y = 3 \ln 5 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 30 \\ xy = 5^3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = 30 - x \\ x(30 - x) = 5^3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = 30 - x \\ -x^2 + 30x - 5^3 = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

On résout l'équation du second degré  $-x^2 + 30x - 5^3 = 0$ .

Pour cela, on calcule (sans calculatrice, par exemple en décomposant les nombres) :

$$\Delta = b^2 - 4ac = 30^2 - 4 \times (-1) \times (-5^3) = (2 \times 3 \times 5)^2 - 2^2 \times 5^2 \times 5 = 2^2 \times 5^2 (3^2 - 5) = 2^2 \times 5^2 \times 4 = 20^2 > 0.$$

Il y a donc deux racines :  $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-30 - 20}{-2} = 25$  et  $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-30 + 20}{-2} = 5$ .

On obtient alors, par le système, deux valeurs de  $y$  :  $y_1 = 30 - x_1 = 5$  et  $y_2 = 30 - x_2 = 25$ .

Ainsi, l'ensemble des solutions du système est  $\mathcal{S} = \{(5, 25); (25, 5)\}$ .

**Exercice 2**

1. On a  $z_1 = \frac{z_0 + |z_0|}{3} = \frac{1 + i + \sqrt{1^2 + 1^2}}{3} = \frac{1 + \sqrt{2} + i}{3}$ .

Alors  $a_1 = \frac{1 + \sqrt{2}}{3}$  et  $b_1 = \frac{1}{3}$ .

2. De manière générale,  $z_{n+1} = \frac{a_n + ib_n + \sqrt{a_n^2 + b_n^2}}{3} = \frac{a_n + \sqrt{a_n^2 + b_n^2} + ib_n}{3}$ .

Alors  $a_{n+1} = \frac{a_n + \sqrt{a_n^2 + b_n^2}}{3}$  et  $b_{n+1} = \frac{b_n}{3}$ .

3. (a) Voici le tableau complété :

$K$	$A$	$B$
1	0,804 7	0,333 3
2	0,558 6	0,111 1
3	0,376 0	0,037 0

(b) On a vu plus haut les expressions des  $a_{n+1}$  et  $b_{n+1}$  en fonction de  $a_n$  et  $b_n$ , sachant que les premiers termes de chacun de ces deux suites valent 1.

Cela correspond exactement aux valeurs données à  $A$  et à  $B$  dans l'algorithme.

Ainsi, l'algorithme affiche à la fin la valeur de  $a_N$ , autrement dit la partie réelle de  $z_N$ .

(c) Il suffit d'effacer la dernière ligne (Afficher  $A$ ), et de placer, juste avant la ligne « Fin Pour », les lignes :

Afficher  $A$   
Afficher  $B$