

Devoir surveillé n°1 – mathématiques  
27/09/2017**Exercice 1 (6 points)**

Déterminer les limites des suites suivantes :

1.  $u_n = -5n^2 + 3 + \sqrt{n}$

2.  $v_n = \frac{2n^2 - n + 2}{-5n^3 + 4}$

3.  $w_n = \cos(n) + 5n - 2$

**Exercice 2 (6 points)**Soit, pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $u_n = \sum_{k=1}^n \frac{n}{n^2 + k} = \frac{n}{n^2 + 1} + \frac{n}{n^2 + 2} + \dots + \frac{n}{n^2 + n}$ .

1. Démontrer que, pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $\frac{n^2}{n^2 + n} \leq u_n \leq \frac{n^2}{n^2 + 1}$

2. Déterminer alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

**Exercice 3 (4 points)**Soit  $u$  la suite définie par  $u_0 = 1$  et, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = 0,8u_n + 1$ .  
Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n = 5 - 4 \times 0,8^n$ .**Exercice 4 (4 points)**Démontrer, en utilisant la définition, que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 1 + \frac{1}{\sqrt{n}} = 1$ .