

Devoir surveillé n°1 – mathématiques
27/09/2017**Exercice 1 (6 points)**

Déterminer les limites des suites suivantes :

1. $u_n = -5n^2 + 3 + \sqrt{n}$

2. $v_n = \frac{2n^2 - n + 2}{-5n^3 + 4}$

3. $w_n = \cos(n) + 5n - 2$

Exercice 2 (6 points)Soit, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = \sum_{k=1}^n \frac{n}{n^2 + k} = \frac{n}{n^2 + 1} + \frac{n}{n^2 + 2} + \dots + \frac{n}{n^2 + n}$.

1. Démontrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $\frac{n^2}{n^2 + n} \leq u_n \leq \frac{n^2}{n^2 + 1}$

2. Déterminer alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

Exercice 3 (4 points)Soit u la suite définie par $u_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,8u_n + 1$.
Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $u_n = 5 - 4 \times 0,8^n$.**Exercice 4 (4 points)**Démontrer, en utilisant la définition, que $\lim_{n \rightarrow +\infty} 1 + \frac{1}{\sqrt{n}} = 1$.