

Devoir surveillé n°2 – mathématiques
18/10/2017**Exercice 1 (7 points)**

Thomas possède un lecteur MP3 sur lequel il a stocké plusieurs milliers de fichiers. L'ensemble des morceaux musicaux qu'il possède se divise en trois genres distincts selon la répartition suivante : 30% de musique classique, 45% de variété, le reste étant du jazz.

Thomas a utilisé deux qualités d'encodage pour stocker ses morceaux musicaux : un encodage de haute qualité et un encodage standard. On sait que :

- les $\frac{5}{6}$ des morceaux de musique classique sont encodés en haute qualité.
- les $\frac{5}{9}$ des morceaux de variété sont encodés en qualité standard.

On considérera les événements suivants :

C : « Le morceau écouté est un morceau de musique classique » ;

J : « Le morceau écouté est un morceau de jazz » ;

V : « Le morceau écouté est un morceau de variété » ;

H : « Le morceau écouté est encodé en haute qualité » ;

Thomas décide d'écouter un morceau au hasard parmi tous les morceaux stockés sur son MP3 en utilisant la fonction « lecture aléatoire ».

1. Traduire les quatre valeurs numériques de l'énoncé sous forme de probabilités.
2. Quelle est la probabilité que le morceau soit du classique encodé en haute qualité ?
3. On sait que $\mathbb{P}(H) = \frac{13}{20}$.
 - (a) Les événements C et H sont-ils indépendants ?
 - (b) Calculer $\mathbb{P}(J \cap H)$ et $\mathbb{P}_J(H)$.

Exercice 2 (8 points)

Soit f la fonction définie sur $I = [-1; 2]$ par $f(x) = x^3 - x^2 - x - 1$.

1. Déterminer la dérivée f' de f sur I .
2. Déterminer les variations de f sur I , et les résumer dans un tableau.
3. Démontrer qu'il existe une unique solution α de l'équation $f(x) = 0$ sur $[1; 2]$.
4. Dédire des questions précédentes que α est l'unique solution de l'équation $f(x) = 0$ sur I .
5. Donner une valeur approchée de α à 10^{-3} près.

Exercice 3 (2 points)

Calculer la dérivée de la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{5e^x}{x^2 + 1}$.

Il n'est pas demandé de simplifier au maximum, mais le barème de l'exercice prend en compte la qualité de la rédaction.

Exercice 4 (3 points)

Résoudre l'inéquation suivante sur \mathbb{R} : $e^{-x^2} e^{3x} - 1 \leq 0$.