

Devoir maison n°01 – mathématiques
Correction

Exercice 1

1. (a) Pour la fonction f , on a $a = 0,5 > 0$ donc les branches sont tournées vers le haut.

L'abscisse du sommet est donnée par $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \times 0,5} = 0$.

Par suite, $f(0) = 0,5 \times 0^2 = 0$. On a alors le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
variations de f			

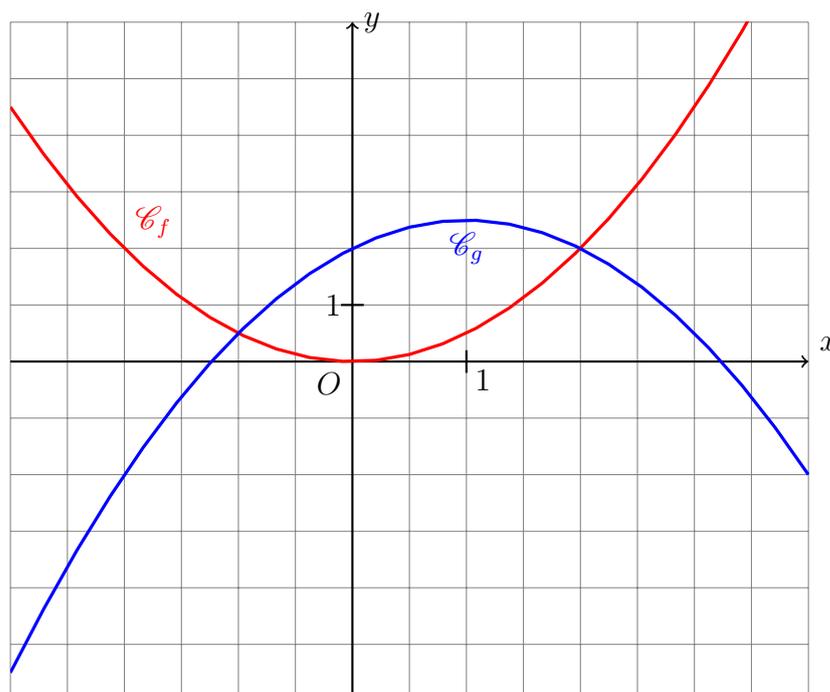
Pour la fonction g , on a $a = -0,5 < 0$ donc les branches sont tournées vers le bas.

L'abscisse du sommet est donnée par $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2 \times (-0,5)} = 1$.

Par suite, $g(1) = -0,5 \times 1^2 + 1 + 2 = -0,5 + 3 = 2,5$. On a alors le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
variations de g			

(b) Voici les représentation graphiques de f et g :



2. (a) On a : $(x - 2)(x + 1) = x \times x + x \times 1 - 2 \times x - 2 \times 1 = x^2 + x - 2x - 2 = x^2 - x - 2$

(b) On a :

$$\begin{aligned}f(x) = g(x) &\Leftrightarrow 0,5x^2 = -0,5x^2 + x + 2 \\&\Leftrightarrow 0,5x^2 + 0,5x^2 - x - 2 = 0 \\&\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \\&\Leftrightarrow (x - 2)(x + 1) = 0 \\&\Leftrightarrow x - 2 = 0 \text{ ou } x + 1 = 0 \\&\Leftrightarrow x = 2 \text{ ou } x = -1\end{aligned}$$

Ainsi $\mathcal{S} = \{-1; 2\}$.

(c) L'inéquation : $f(x) > g(x)$ équivaut à $f(x) - g(x) > 0$, puis à $(x - 2)(x + 1) > 0$ (voir la question précédente).

Résoudre cela revient alors à déterminer pour quelles valeurs de x le produit $(x - 2)(x + 1)$ est positif. On en étudie donc le signe. Il s'agit du signe d'un produit, donc on étudie le signe de chacun des facteurs, qui sont des expressions affines.

- Signe de $x - 2$: $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$;
- Signe de $x + 1$: $x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$.

On a alors le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
signe de $x - 2$	-		- 0	+
signe de $x + 1$	-	0	+	+
signe de $(x - 2)(x + 1)$	+	0	- 0	+

Par suite, l'ensemble de solutions de l'inéquation est $\mathcal{S} =]-\infty; -1[\cup]2; +\infty[$.

(d) Les solutions de l'équations sont les abscisses des points d'intersection entre les courbes représentatives de f et de g .

Les solutions de l'inéquation sont les abscisses pour lesquelles la courbe représentative de f est située au dessus de celle de g .