

Devoir maison n°06 – mathématiques
Donné le 14/11/2017 – à rendre le 21/11/2017

Exercice 1

1. Voici deux propositions où a et b désignent des nombres réels :

$$\mathcal{P}_c : (a + b)^2 = 0 \quad \mathcal{P}_z : a = 0 \text{ et } b = 0$$

Si a et b sont des nombres réels tels que \mathcal{P}_z est vraie, alors \mathcal{P}_c est vraie (car $(0 + 0)^2 = 0$).

Ainsi pour a et b réels, la proposition \mathcal{P}_z implique la proposition \mathcal{P}_c , ce que l'on note $\mathcal{P}_z \Rightarrow \mathcal{P}_c$.

Est-il vrai que pour a et b réels, $\mathcal{P}_c \Rightarrow \mathcal{P}_z$? Justifier.

2. On dit que \mathcal{P} et \mathcal{Q} sont équivalentes si $\mathcal{P} \Rightarrow \mathcal{Q}$ et $\mathcal{Q} \Rightarrow \mathcal{P}$. On le note bien sûr $\mathcal{P} \Leftrightarrow \mathcal{Q}$.

Pour a et b des nombres réels, on définit les propriétés suivantes :

$$\mathcal{P}_1 : a^2 = b^2 \quad \mathcal{P}_2 : a = b \text{ ou } a = -b$$

Démontrer que $\mathcal{P}_1 \Leftrightarrow \mathcal{P}_2$.

3. Application : résoudre l'équation $(2x - 3)^2 = (3x + 9)^2$ sans développer les carrés.
4. Vérification : résoudre l'équation précédente par une autre méthode.

Exercice 2

Tracer une courbe \mathcal{C} représentant une fonction f définie sur l'intervalle $[0; 9]$ ayant les propriétés suivantes :

- $f(0) = 0$;
- $f(3) = 6$ et $f'(3) = 1$;
- $f(6) = 6$ et $f'(6) = -4$;
- $f(1) = 3$ et $f'(1) = 2$;
- $f(5) = 7$ et $f'(5) = 0$;
- $f(9) = 0$.

On prendra bien soin de tracer une partie des tangentes en les points d'abscisses 1, 3, 5 et 6.