

Devoir maison n°06 – mathématiques
Correction**Exercice 1**

1. Pour $a = 1$ et $b = -1$, on a $(a + b)^2 = (1 - 1)^2 = 0$, mais a et b sont non nuls.
Donc \mathcal{P}_c n'implique pas \mathcal{P}_z .
2. On a :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_1 &\Leftrightarrow a^2 = b^2 \\ &\Leftrightarrow a^2 - b^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow (a - b)(a + b) = 0 \\ &\Leftrightarrow a - b = 0 \text{ ou } a + b = 0 \quad \text{un produit est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul} \\ &\Leftrightarrow a = b \text{ ou } a = -b \\ &\Leftrightarrow \mathcal{P}_2 \end{aligned}$$

3. D'après la question précédente, on a :

$$\begin{aligned} (2x - 3)^2 = (3x + 9)^2 &\Leftrightarrow 2x - 3 = 3x + 9 \text{ ou } 2x - 3 = -(3x + 9) \\ &\Leftrightarrow 2x - 3x = 9 + 3 \text{ ou } 2x - 3 = -3x - 9 \\ &\Leftrightarrow -x = 12 \text{ ou } 5x = -6 \\ &\Leftrightarrow x = -12 \text{ ou } x = -\frac{6}{5} \end{aligned}$$

Ainsi $\mathcal{S} = \left\{ -12; -\frac{6}{5} \right\}$.

4. En développant, on obtient :

$$\begin{aligned} (2x - 3)^2 = (3x + 9)^2 &\Leftrightarrow 4x^2 - 12x + 9 = 9x^2 + 54x + 81 \\ &\Leftrightarrow 5x^2 + 66x + 72 = 0 \end{aligned}$$

Il s'agit d'une équation du second degré. On calcule alors :

$\Delta = b^2 - 4ac = 66^2 - 4 \times 5 \times 72 = 2916 = 54^2 > 0$ Il y a donc deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-66 - 54}{2 \times 5} = \frac{-120}{10} = -12 \text{ et } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-66 + 54}{2 \times 5} = \frac{-12}{10} = -\frac{6}{5}$$

On retrouve bien $\mathcal{S} = \left\{ -12; -\frac{6}{5} \right\}$.

Exercice 2

On peut tracer une courbe comme celle-ci (les tangentes sont tracées en bleu) :

