

Devoir maison n°09 – mathématiques
Correction**Exercice 1**

1. Les centres des classes sont : 2,5 ; 7,5 ; 12,5 ; 17,5 ; 22,5 ; 27,5.

(par exemple pour la classe $[0; 5[$ le centre est donné par $\frac{0+5}{2} = 2,5$)

(a) On a :

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{2,5 \times 12 + 7,5 \times 52 + 12,5 \times 46 + 17,5 \times 18 + 22,5 \times 7 + 27,5 \times 10}{12 + 52 + 46 + 18 + 7 + 10} \\ &= \frac{1742,5}{145} \\ &\simeq 12,02\end{aligned}$$

(b) On calcule tout d'abord la variance :

$$\begin{aligned}V &= \frac{2,5^2 \times 12 + 7,5^2 \times 52 + 12,5^2 \times 46 + 17,5^2 \times 18 + 22,5^2 \times 7 + 27,5^2 \times 10}{145} - \bar{x}^2 \\ &\simeq \frac{26806,25}{145} - 12,02^2 \\ &\simeq 40,39\end{aligned}$$

Par suite, $\sigma = \sqrt{V} \simeq \sqrt{40,39} \simeq 6,4$

2. On a $[\bar{x} - \sigma; \bar{x} + \sigma] \simeq [12,02 - 6,4; 12,02 + 6,4] \simeq [5,62; 18,42]$.

Le pourcentage de salariés dont l'ancienneté se trouve en dehors de cet intervalle est supérieur ou égal à celui des salariés dont l'ancienneté est dans l'une des classes $[0; 5[$, $[20; 25[$ et $[25; 30[$, autrement dit à $\frac{12 + 7 + 10}{145} \times 100 = 20\%$.

3. En supposant que les salariés sont répartis uniformément dans les classes, on peut ajouter des fractions des proportions de salariés situés dans les classes $[5; 10[$ et $[15; 20[$ de cette manière :

$$\begin{aligned}\frac{5,62 - 5}{10 - 5} \times \frac{52}{145} \times 100 &\simeq 4,4\% \\ \frac{20 - 18,42}{20 - 15} \times \frac{18}{145} \times 100 &\simeq 3,9\%\end{aligned}$$

Ainsi le pourcentage de salarié est environ de $20 + 4,4 + 3,9 \simeq 28,3\%$

Exercice 2

Notons \bar{x} la moyenne de la série statistique.

On a :

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{2 \times 8 + 2 \times 10 + 1 \times 15 + 3 \times 20 + 1 \times x + 1 \times 40}{2 + 2 + 1 + 3 + 1 + 1} \\ &= \frac{16 + 20 + 15 + 60 + x + 40}{10} \\ &= \frac{151 + x}{10}\end{aligned}$$

En augmentant les valeurs de 40%, on augmente la moyenne de 40%. On a donc $\bar{x} \times 1,4 = 25,62$. Ceci donne une équation à résoudre :

$$\begin{aligned}\frac{151+x}{10} \times 1,4 = 25,62 &\Leftrightarrow 151+x = 10 \times \frac{25,62}{1,4} \\ &\Leftrightarrow x = 183 - 151 \\ &\Leftrightarrow x = 32\end{aligned}$$

Ainsi, la valeur manquante est 32.

Exercice 3

On note S la somme des âges des élèves, x l'âge du professeur et n le nombre d'élèves de la classe.

On a alors $\frac{S+x}{n+1} \simeq 18,193$ et $\frac{S}{n} \simeq 16,966$.

De la seconde approximation on obtient $S \simeq 16,966n$.

Alors de la première on obtient $x \simeq 18,193(n+1) - S \simeq 18,193n + 18,193 - 16,966n \simeq 1,227n + 18,193$

On détermine un tableau des valeurs de x pour des valeurs de n allant de 1 à 40 :

n	x	n	x	n	x	n	x
1	19.42	11	31.69005	21	43.9601	31	56.23015
2	20.647	12	32.91705	22	45.1871	32	57.45715
3	21.87401	13	34.14406	23	46.41411	33	58.68416
4	23.10101	14	35.37106	24	47.64111	34	59.91116
5	24.32802	15	36.59807	25	48.86812	35	61.13817
6	25.55502	16	37.82507	26	50.09512	36	62.36517
7	26.78203	17	39.05208	27	51.32213	37	63.59218
8	28.00903	18	40.27908	28	52.54913	38	64.81918
9	29.23604	19	41.50609	29	53.77614	39	66.04619
10	30.46304	20	42.7331	30	55.00314	40	67.2732

Les seules valeurs raisonnables pour x (valeurs très proches d'un entier) sont obtenues pour :

- $n = 8$ ($x \simeq 28,009$ donc $x = 28$)
- $n = 21$ ($x \simeq 43,960$ donc $x = 44$)
- $n = 30$ ($x \simeq 55,003$ donc $x = 55$).

Or pour $n = 8$, on obtient $S = 136$ (on arrondi le résultat de $16,966 \times 8 \simeq 135,728$ et $\frac{S}{n} = \frac{136}{8} = 17$, ce qui ne donne pas 19,966.

De même pour $n = 21$, on obtient $S = 356$ ($16,966 \times 21 \simeq 356,286$) et $\frac{S}{n} = \frac{356}{21} \simeq 16,952$ ne donne pas 19,966.

Par contre pour $n = 30$, on obtient $S = 509$ (arrondi de 508,98) et on a $\frac{S}{n} = \frac{509}{30} \simeq 16,96667$ tronqué à 16,966 et $\frac{S+x}{n+1} = \frac{509+55}{31} \simeq 18,1935$ tronqué à 18,193.

Pour des valeurs de n plus grand, l'âge de la professeure ne peut plus être réaliste (au delà de 68). La professeure a donc 55 ans.