

Devoir maison n°11 – mathématiques
Correction**Exercice 1**

$$1. \quad 2 - \frac{2-x}{1-x} = \frac{2(1-x)}{1-x} - \frac{2-x}{1-x} = \frac{2(1-x) - (2-x)}{1-x} = \frac{2-2x-2+x}{1-x} = \frac{-x}{1-x} = \frac{x}{x-1}$$

2.

$$\begin{aligned} \frac{3x-2}{2x+3} + \frac{7x-1}{2x+1} &= \frac{(3x-2)(2x+1) + (7x-1)(2x+3)}{(2x+3)(2x+1)} = \frac{6x^2 - x - 2 + 14x^2 + 19x - 3}{(2x+3)(2x+1)} \\ &= \frac{20x^2 + 18x - 5}{(2x+3)(2x+1)} \end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned} \frac{x-2}{4x+2} - \frac{4x-1}{3x-2} &= \frac{(x-2)(3x-2) - (4x-1)(4x+2)}{(4x+2)(3x-2)} = \frac{3x^2 - 8x + 4 - (16x^2 + 4x - 2)}{(4x+2)(3x-2)} \\ &= \frac{-13x^2 - 12x + 6}{(4x+2)(3x-2)} \end{aligned}$$

Exercice 2

1.

$$\begin{aligned} (2x-3)(2x-7) - (x+2)(2x+3) &= 4x^2 - 6x - 14x + 21 - (2x^2 + 4x + 3x + 6) \\ &= 4x^2 - 20x + 21 - 2x^2 - 7x - 6 \\ &= 2x^2 - 27x + 15 \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} (2x+3)^2 + 2(2x+3)(1-x) &= 4x^2 + 2 \times 2x \times 3 + 9 + 2(2x - 2x^2 + 3 - 3x) \\ &= 4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 - 2x + 6 \\ &= 10x + 15 \end{aligned}$$

Exercice 31. Il suffit de vérifier que $f(2) = f(10) = 0$.2. l'aire du triangle ABM est donnée par la formule $\frac{b \times h}{2}$. En considérant pour base le segment $[AB]$, de longueur $10 - 2 = 8$, la hauteur est donnée par l'ordonnée de M qui vaut $f(a)$.

Ainsi on doit résoudre :

$$\begin{aligned} \frac{8 \times f(a)}{2} \geq 100 &\Leftrightarrow f(a) \geq 25 \\ &\Leftrightarrow -2a^2 + 24a - 40 \geq 25 \\ &\Leftrightarrow -2a^2 + 24a - 65 \geq 0 \end{aligned}$$

On doit donc étudier le signe de l'expression $-2a^2 + 24a - 65$, qui est polynomiale de degré 2.On calcule : $\Delta = b^2 - 4ac = 24^2 - 4 \times (-2) \times (-65) = 576 - 520 = 56 > 0$.

Il y a donc deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-24 - \sqrt{56}}{-4} \simeq 7,87 \text{ et } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-24 + \sqrt{56}}{-4} \simeq 4,13.$$

Le coefficient $a = -2$ est négatif, donc l'expression est positive entre les racines.Ainsi, l'aire du triangle est supérieure à 100 lorsque a appartient à l'intervalle $[4,13; 7,87]$