LYCÉE ALFRED KASTLER **1S**
2017–2018

Devoir maison n°12 – mathématiques
Donné le 06/02/2018 – à rendre le 13/02/2018

Méthode Comme nous avons pu le voir brièvement en cours, on peut appliiquer des fonctions à des inéquations pour obtenir de nouvelles inéquations. Le sens de variation de la fonction appliquée, dépendant de l'ensemble sur lequel on l'applique (et qu'il faut préciser), a une incidence sur le sens de l'inéquation obtenue.
Exemples :

- $x > 4 \Leftrightarrow x^2 > 4^2$ car la fonction carré est croissante sur $[0; +\infty[$;
- $x < -2 \Leftrightarrow \dfrac{1}{x} > -\dfrac{1}{2}$ car la fonction inverse est décroissante sur $]-\infty; 0[$.

Exercice 1
En justifiant toutes les étapes :

1. En partant de l'inéquation $x > 3$, démontrer que $-5 + \dfrac{2}{x-1} < -4$.
2. De même, en partant de $x < -1$, montrer que $\dfrac{1}{x^2+1} - 2 < \dfrac{-3}{2}$.
3. De même, en partant de $x \geqslant 7$, montrer que $-5\sqrt{x-3} \leqslant -10$.
4. Trouver un encadrement de $\dfrac{-2}{x^2+5}$ en partant de l'encadrement $-2 < x < -1$.

Exercice 2
Multiplier une inéquation par un réel (non nul) a peut être vu comme l'application d'une fonction. Laquelle ?
Donner alors, avec ce point de vue, une explication sur la règle qui s'applique sur le sens des inégalités.

Exercice 3
Soit f et g les fonctions définies sur $[0; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1}{2+\sqrt{x}} \text{ et } g(x) = \frac{1}{2+x}$$

Comparer $f(x)$ et $g(x)$ sur $[0; +\infty[$ selon les valeurs de x.