LYCÉE ALFRED KASTLER **1S**

2017–2018

Devoir maison n°15 – mathématiques
Correction

Exercice 1

1. (a) Pour $x = 1{,}6$, comme $x \geqslant 0$ et $x < \pi$, alors x ne change pas de valeur, donc la valeur affichée est $x = 1{,}6$.

   (b) Pour $x = 3{,}5$, comme $x \geqslant 0$ et $x > \pi$, alors x prend la valeur $3{,}5 - 2\pi < \pi$, donc la valeur affichée est $x = 3{,}5 - 2\pi$.

   (c) Pour $x = -\dfrac{17\pi}{3}$, comme $x < 0$ et $x \leqslant -\pi$, x prend la valeur $-\dfrac{17\pi}{3} + 2\pi = -\dfrac{11\pi}{3} \leqslant -\pi$, puis $-\dfrac{11\pi}{3} + 2\pi = -\dfrac{5\pi}{3} \leqslant -\pi$ puis $-\dfrac{5\pi}{3} + 2\pi = \dfrac{\pi}{3}$.

   Comme cette dernière valeur est supérieure à $-\pi$, la valeur affichée est $x = \dfrac{\pi}{3}$.

2. Cet algorithme détermine la mesure principale d'un angle x donné. En effet, il ajoute ou soustrait (selon le signe de x), autant de fois 2π que nécessaire pour que la valeur de x soit dans l'intervalle $]-\pi;\pi]$.

Exercice 2

1. (a) On a $f'(x) = 0{,}15 \times 5x^4 - 2 \times 3x^2 + 12 \times 1 + 0 = 0{,}75x^4 - 6x^2 + 12$.

   (b) On a $f''(x) = 0{,}75 \times 4x^3 - 6 \times 2x + 0 = 3x^3 - 12x$.

2. (a) On factorise : $f''(x) = 3x(x^2 - 4) = 3x(x-2)(x+2)$.

   Les racines de $x^2 - 4$ sont -2 et 2, et $a = 1 > 0$. On a alors le tableau suivant :

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
Signe de $3x$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
Signe de $x^2 - 4$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
Signe de $f''(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
variations de f'		↘	0	↗	12	↘	0	↗	

   (b) D'après le tableau de variations, 0 étant le minimum, on en déduit que f' est toujours positive. On en déduit alors que f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

3. x^4 et x^2 sont toujours positifs (puissances paires), donc en posant $X = x^2$, il suffit d'étudier le signe de $0{,}75X^2 - 6X + 12$ sur $[0;+\infty[$. Or cette expression a pour discriminant $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 0{,}75 \times 12 = 36 - 36 = 0$. Ainsi l'expression est toujours du signe de $a = 0{,}75 > 0$. Autrement dit, $f'(x) = 0{,}75x^4 - 6x^2 + 12$ est toujours positive.

Exercice 3

1. On a : $5x^2 - 20 = 5(x^2 - 4) = 5(x-2)(x+2)$. Les racines sont donc 2 et -2. Comme $a = 5 > 0$, le signe est donné par le tableau suivant :

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
Signe de $5x^2 - 20$		$+$	0	$-$	0	$+$	

2. On a $-2x^2-3<0$ car $x^2 \geqslant 0$, donc $-2x^2 \leqslant 0$ et $-2x^2-3<0$. Ainsi, l'expression est toujours négative et il n'y a pas de racine.
3. On a $5x^2+3x = x(5x+3) = 5x\left(x+\dfrac{3}{5}\right)$ Les racines sont donc 0 et $-\dfrac{3}{5}$. Comme $a=5>0$, le signe est donné par le tableau suivant :

x	$-\infty$		$-\dfrac{3}{5}$		0		$+\infty$
Signe de $5x^2+3x$		$+$	0	$-$	0	$+$	

4. On a $-x^2+2x = -x(x-2)$. Donc les racines sont 0 et 2. Comme $a=-1<0$, le signe est donné par le tableau suivant :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
Signe de $-x^2+2x$		$-$	0	$+$	0	$-$	