

Devoir maison n°16 – mathématiques
Donné le 10/04/2018 – à rendre le 17/04/2018

Par binôme, traiter les deux exercices suivants. Préciser les deux noms sur la copie rendue.
Dans le cas (unique) d'un-e élève seul-e, traiter au choix l'un des deux exercices.

Exercice 1

Un maçon veut réaliser une cuve en béton parallélépipédique à base carrée et dont les parois (les côtés et le fond) ont pour épaisseur 30 cm, cette cuve pouvant contenir 4 m^3 .

On note x le côté de la base carrée de l'intérieur de la cuve et h la hauteur intérieure de cette cuve. Le but de l'exercice est de déterminer x et h pour que le volume de béton soit minimal.

1. Montrer que le volume en béton utilisé s'exprime par : $V(x) = (x + 0,6)^2 \left(\frac{4}{x^2} + 0,3 \right) - 4$.
2. Montrer que la dérivée de V est $V'(x) = 0,6 \left(1 - \frac{8}{x^3} \right) (x + 0,6)$.
3. Déterminer les variations de V .
Note : pour le signe de la dérivée, on admettra que $x^3 > 8 \Leftrightarrow x > 2$.
4. En déduire les valeurs de x et de h pour que le volume de béton utilisé soit minimal.
Déterminer ce minimum.

Exercice 2

Soit x un réel de l'intervalle $[0; 1]$. Soit X une variable aléatoire prenant deux valeurs a et b (où $a < b$) et dont la loi de probabilité est la suivante :

x_i	a	b
$\mathbb{P}(X = x_i)$	x	$1 - x$

1. Déterminer un encadrement de $E(X)$ en fonction de a et b .
2. (a) Justifier que $V(X) = (a - b)^2 \times (-x^2 + x)$.
(b) Étudier les variations de la fonction $f : x \mapsto -x^2 + x$
(c) En déduire un encadrement de $V(X)$, puis de $\sigma(X)$, en fonction de a et b .